

國中資優課程—融入式教案(數學)

立體圖形狂想曲

一、課程簡介

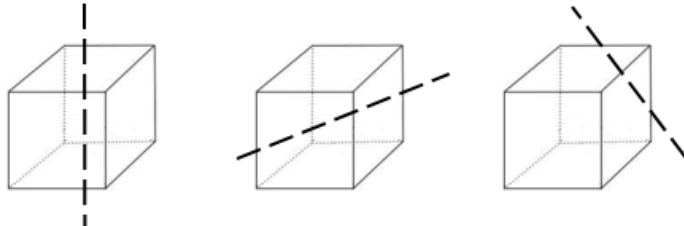
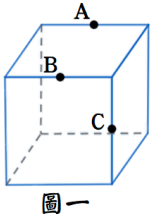
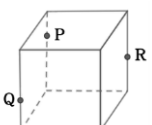
<p>給使用者的話</p>	<p>國中的幾何學習，大多集中於平面圖形的介紹與探討，立體圖形只有初淺的引入，少有人著墨，因此發想出本課程，作為老師與學生在此單元學習的延續。教材呈現是藉由透視法在平面的紙張上繪製立體圖形，空間想像力形成學習立體圖形關鍵的一環。本課程融入獨立研究的第一階段一般探索，透過動手實作的方式，讓學生觀察立體圖形的截面，增加學生的實務經驗，提升空間想像力，並以 PBL (Problem Base Learning) 結合 TBL (Team Base Learning) 的方式，以一題題的問題引導學生思考討論，去探究立體圖形問題。課程後期更藉由 GeoGebra 數學軟體以動態呈現方式，幫助學生去思考更複雜、抽象的立體圖形，並從中找出脈絡關係，對立體圖形有更深刻的體會。</p>
<p>單元架構</p>	<pre> graph TD Core[核心 Core] --- Core1[平面圖形] Core --- Core2[立體圖形] Connection[聯結 Connection] --- Conn1[正立方體的切割] Connection --- Conn2[對偶多面體] Connection --- Conn3[立體圖形的體積] Practice[實務 Practice] --- Prac1[觀察水面在正立方體的截面圖形] Practice --- Prac2[GeoGebra 動態呈現立體圖形] Identity[認同 Identity] --- Id1[透過正立方體切割與對偶多面體，發現將數個柏拉圖立體可以鑲嵌拼構成一個更大的柏拉圖立體。] </pre>
<p>教材特色與分析</p>	<ol style="list-style-type: none"> 藉由透明立體模型，讓學生觀察水面的的形狀，具體的發現正立方體的各种截面，累積學生空間想像力的經驗。 藉由 GeoGebra 的動態展示，讓學生可以清楚看到複雜立體圖形的切割情形，幫助探討切割位置的改變對截面形狀的影響，並能精準呈現截面圖形的幾何特性，提升學生空間能力。 以 PBL (Problem Base Learning) 結合 TBL (Team Base Learning) 的方式，透過一題題的問題引導學生思考討論，由淺入深地探究立體圖形的幾何性質。

二、課程計畫

單元名稱	立體圖形狂想曲		
適用對象	<input type="checkbox"/> 七年級 <input type="checkbox"/> 八年級 <input checked="" type="checkbox"/> 九年級	設計教師	中壢國中 潘佳伶老師 平興國中 陳隆期老師 東興國中 鍾元杰老師 青溪國中 王丞偉老師 光明國中 張順良老師
活動時間	5節（每節45分，共225分）	設計日期	110年3月14日
核心素養	<p>一、數-J-A2 具備有理數、根式、坐標系之運作能力，並能以符號代表數或幾何物件，執行運算與推論，在生活情境或可理解的想像情境中，分析本質以解決問題。</p> <p>二、數-J-B2 具備正確使用計算機以增進學習的素養，包含知道其適用性與限制、認識其與數學知識的輔成價值，並能用以執行數學程序。能認識統計資料的基本特徵。</p> <p>三、特獨-E-A2 具備探索問題的能力，能提出多種解決問題的構想，透過體驗與實踐，解決問題。</p>		
學習表現	<p>s-IV-16 理解簡單的立體圖形及其三視圖與平面展開圖，並能計算立體圖形的表面積、側面積及體積。</p> <p>s-V-2 察覺並理解空間的基本特質，以及空間中的點、直線與平面的關係。能在空間中認識特殊曲線，並能察覺與欣賞生活中的範例。</p> <p>特獨1a-IV-3 透過動手解決問題或驗證自己想法，而獲得成就感。</p> <p>特獨1b-III-1 透過口語、文字或圖畫等表達方式，與他人溝通自己的想法與發現。</p>		
學習內容	<p>S-9-12 空間中的線與平面：長方體與正四面體的示意圖，利用長方體與正四面體作為特例，介紹線與線的平行、垂直與歪斜關係，線與平面的垂直與平行關係。</p> <p>S-9-13 表面積與體積：直角柱、直圓錐、正角錐的展開圖；直角柱、直圓錐、正角錐的表面積；直角柱的體積。</p> <p>S-11B-1 空間概念：空間的基本性質，空間中兩直線、兩平面、及直線與平面的位置關係。利用長方體的展開圖討論表面上的兩點距離，認識球面上的經線與緯線。</p> <p>特獨B-III-2 問題解決技能訓練。</p> <p>特獨B-II-4 實驗器材操作技能。</p>		

單元目標	透過操作和實際體驗來掌握幾何的概念和性質，提高學生的空間想像力。搭配小組討論與合作學習模式，讓學生對於抽象的立體圖形問題可更深入的探究，加上數學軟體 GeoGebra 動態展示，使學生能夠對複雜的立體幾何有清晰的想像，並能更精準的聚焦於核心概念。		
區分性教學之調整	組別	柏拉圖	歐幾里得
	學習內容	學習內容按照原設計教材進行教學，再依照實際學習的成效進行滾動式調整。 可嘗試不提供GeoGebra成品，讓學生自己繪製來幫助思考。	學習教材較複雜的問題提供更具體的方向或提示。 動手實作可依學生的能力先進行示範操作，並告知觀察的小技巧。 提供學生GeoGebra成品，讓學生習慣使用軟體繪製的圖形來幫助思考。
	學習過程	學習過程按照原設計教材進行教學，再依照實際學習的成效滾動式調整進度。	學習節奏宜放慢，著重於動手操作的部分，增加學生的空間幾何經驗，提高空間想像力。除了水面觀察、GeoGebra 外，可適時判斷是否要添加其他的實作課程（如摺紙）協助學生更具體思考。
	學習成果	1. 能分辨不同的立體圖形的截面。 2. 可以利用GeoGebra繪製立體圖形並理解其幾何性質。	1. 理解正立方體的截面及切割方式。 2. 可以透過操作GeoGebra提供的模組，觀察並說出切割後的立體圖形名稱，並計算其面積或體積。
	學習環境	營造一個活潑、快樂的學習環境，鼓勵學生彼此討論分享，注意避免學生陷入單獨寫學習單的情形。	營造一個活潑、快樂的學習環境，鼓勵學生彼此討論分享。 教師宜多留意此組學生，適時介入討論，讓學生能夠更聚焦地回答問題。
參考資料	<ol style="list-style-type: none"> 黃敏晃、許文化（2005）。正方體的平面截面。《科學研習月刊》，44(6)，4-15。 https://www.ntsec.edu.tw/LiveSupply-Content.aspx?cat=6842&a=6829&fld=&key=&isd=1&icop=10&p=1&lsid=8364 教育部國教署委辦 106年「就是要學好數學—子計畫一：數學活動研習營計畫」《數學奠基活動模組：正立方體截面_八年級以上》 活動名稱：發現水面的秘密 設計者：嘉義縣朴子國中教師 蔡孟哲、教育部中央團退休組長 馮振業（2009）。正方體的截面。《數學教育》，28，20-31。 http://www.geogebra.org/hk/ks2/ss/3d_sections 立體圖形的截面 Sections of 3-D Shapes by Anthony OR 柯志明 		
教學資源	<ol style="list-style-type: none"> 學習單。 透明立體模具。 GeoGebra 數學軟體。 		

三、各單元教學活動

第1節教學活動	時間	備註										
<p>一、引導活動—實體切割</p> <p>教師拿出實心正立方體的保麗龍(或是其他可切割的替代品)，用刀子將正立方體切開，觀察截面圖形。 學生在切開正立方體前，可先猜測截面的形狀。</p> 	5分鐘	<p>教師實作</p> <p>教師準備3~4個正立方體的保麗龍、橡皮擦、黏土等，進行切割示範，讓學生觀察截面圖形。</p>										
<p>二、發展活動—截面圖形實作</p> <p>說明：各組學生透過操作(旋轉、傾斜、翻轉)裝有液體的正立方體模具，觀察水面的形狀，找出正立方體的所有截面圖形。</p> <table border="1" data-bbox="159 985 1069 1332"> <thead> <tr> <th>截面分類</th> <th>截面形狀</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>三角形</td> <td>等邊三角形、等腰三角形、銳角三角形、直角三角形、鈍角三角形</td> </tr> <tr> <td>四邊形</td> <td>一般四邊形、長方形、平行四邊形、菱形、正方形、箏形、不等腰梯形、等腰梯形</td> </tr> <tr> <td>五邊形</td> <td>一般五邊形、正五邊形</td> </tr> <tr> <td>六邊形</td> <td>一般六邊形、正六邊形</td> </tr> </tbody> </table>	截面分類	截面形狀	三角形	等邊三角形、等腰三角形、銳角三角形、直角三角形、鈍角三角形	四邊形	一般四邊形、長方形、平行四邊形、菱形、正方形、箏形、不等腰梯形、等腰梯形	五邊形	一般五邊形、正五邊形	六邊形	一般六邊形、正六邊形	25分鐘	<p>學生動手實作</p> <p>搭配附件一 正立方體切割學習單</p> <p>未找到的截面形狀：直角三角形、鈍角三角形、箏形和正五邊形。</p>
截面分類	截面形狀											
三角形	等邊三角形、等腰三角形、銳角三角形、直角三角形、鈍角三角形											
四邊形	一般四邊形、長方形、平行四邊形、菱形、正方形、箏形、不等腰梯形、等腰梯形											
五邊形	一般五邊形、正五邊形											
六邊形	一般六邊形、正六邊形											
<p>◆完成學習單第1題： 用一個平面去切割一個正立方體，所得到的截面可能是怎麼樣的平面圖形？ 進階提問：七邊形以上的平面圖形並沒有出現，為什麼？</p> <p>◆完成學習單第2題： 圖一為一正立方體，A,B,C分別為所在的邊之中點，通過A,B,C三點的平面與此立方體表面相截，問下列何者為其截痕的形狀？ (1)直角三角形 (2)非直角的三角形 (3)正方形 (4)非正方形的長方形 (5)六邊形</p>  <p>圖一</p>  <p>進階提問：P、Q、R分別為正立方體所在的邊之任一點，通過P、Q、R三點的截面圖形為何？</p>		<p>教師可依據學生程度決定是否進行進階提問。</p> <p>88年學測題</p> <p>讓學生討論或實作後，發表(驗證)看法。</p> <p>歐-可由實驗得出。 柏-須提出數學證明。</p>										

◆完成學習單第3題：

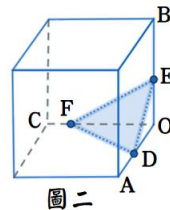
正立方體的截面四邊形可以是平行四邊形嗎？
 可以是菱形嗎？(非正方形或長方形)
 可以是等形嗎？

進階提問：正立方體的截面五邊形可以是正五邊形嗎？
 正立方體的截面六邊形可以是正六邊形嗎？

三、綜合活動——截面圖形探究

◆完成學習單第4題：

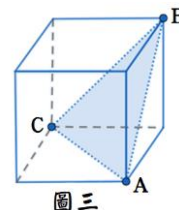
圖二為一正立方體， D 、 E 、 F 分別為 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OC} 上任一點， $\triangle DEF$ 為正立方體的截面三角形。
 則 $\triangle DEF$ 一定是銳角的三角形嗎？
 可不可以是直角三角形，或是鈍角三角形呢？



圖二

◆完成學習單第5題：

承上， A 、 B 、 C 分別為正立方體的三個頂點，如圖三所示。
 (1)在空間中， $\angle ABC$ 是幾度呢？
 (2) $\triangle ABC$ 是何種三角形？



圖三

進階提問：說明 $\triangle ABC$ 是正立方體的截面三角形中最大的。

15分鐘

歐-可由實驗得出。
 柏-須提出數學證明。

搭配附件一
 正立方體切切
 切學習單

正方體只有銳角三角形的截面。

個人探究
 小組討論

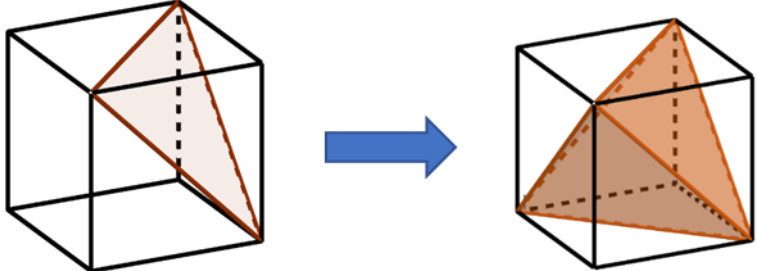
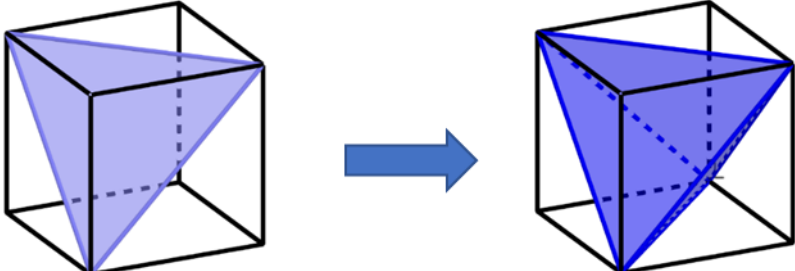
進階挑戰

◆如果倒入正立方體一半的水量，會得到那些截面圖形呢？
 (半盒水的截面，可視為是將一個正立方體切成體積相等的兩半之切割面。
 試問：所切割出來的兩半，是全等的兩半嗎？)

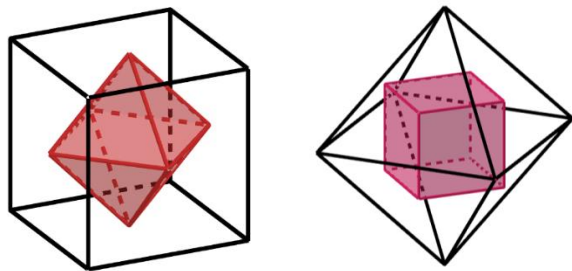
◆若取一個底面和正立方體的面全等的四角錐，且錐高等於正立方體的邊長，將此四角錐裝滿水後倒入正立方體中，觀察水面的高度為正立方體邊長的多少倍？

◆哪一個截面圖形能在正方體上找到，卻在長方體上找不到？請說明。

進階挑戰
 提供給程度較
 佳的同學。

第2節教學活動	時間	備註
<p>一、引導活動：正立方體的截面</p> <p>佈題：上個單元我們學到正立方體中可以截出許多圖案，如果運用這些圖案將正立方體切割，會形成甚麼樣的立體圖形呢？</p> <p>請同學開啟Geogebra，輸入 $a = 6$</p> <p>圖形觀察：</p> <ol style="list-style-type: none"> 輸入頂點 $A(0,0,0)$, $B(a,0,0)$，使用Cube工具畫出正六面體。 利用3頂點畫成正三角形，請同學連續畫出四個正三角形，並觀察構成的立體圖形：  <ol style="list-style-type: none"> 此正四面體的邊長與正立方體的邊長為何。(以 a 表示) 正立方體的邊長是 a，請同學計算這個四面體的體積嗎？ <ol style="list-style-type: none"> 若從另一組方向切割4刀，也能切出一個不同方向的正四面體：  <ol style="list-style-type: none"> 請同學畫出不同於前述正四面體的正三角形。 使用”TETRAHEDRON”指令畫出正四面體，觀察交會處圖型。 使用交點工具，畫出兩個正四面體稜邊的交點。 觀察以交點為頂點構成的立體圖型。 使用OCTAHEDRON畫出正八面體 原正立方體的邊長是 a，請同學計算正八面體的邊長與體積。 	<p>10分鐘</p> <p>實機操作</p> <p>15分鐘</p> <p>20分鐘</p>	<p>實機操作</p> <p>引導同學使用體積分割</p> <p>搭配展示實體模型</p> <p>請同學旋轉圖型，找到適當的角度</p> <p>將正六面體的填充調至0</p>
<p>二、發展活動：正六面體與正八面體的對偶</p> <p>圖型觀察：</p> <ol style="list-style-type: none"> 將上述正八面體相鄰面的外心連線，會得到甚麼圖形？ <ol style="list-style-type: none"> 使用TriangleCenter(A,B,C,3)指令，找出正八面體各面的外心。 使用Cube指令畫出正六面體。 計算此正六面體的邊長與體積(以 a 表示) 請計算這個圖形的體積。 上傳檔案至作業區 		

2. 觀察正八面體與正六面體：



- (1) 正六面體有：_____面；_____頂點。
- (2) 正八面體有：_____面；_____頂點。
- (3) 說明對偶多面體的定義。
- (4) 討論是否還有其他對偶多面體

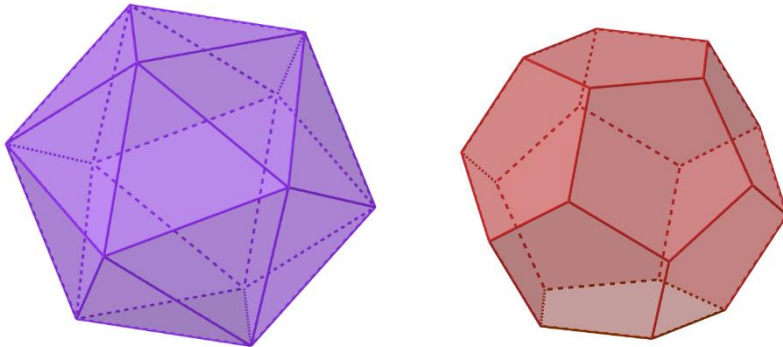
若時間充足，可討論各圖型邊長比與面積比形成的數列

第3節教學活動	時間	備註
<p>一、引導活動：三角形的心</p> <p>課程回顧：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 使用Geogebra的TriangleCenter功能來畫出三角形的內心、外心、重心 <ol style="list-style-type: none"> (1) 使用TriangleCenter(A,B,C,1) 找出內心，畫出內切圓 (2) 使用TriangleCenter(A,B,C,2) 找出外心，畫出外接圓 (3) 使用TriangleCenter(A,B,C,3) 找出重心，觀察中線 2：1 的特性 <p>二、發展活動：其他對偶多面體</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 畫出正四面體的對偶多面體，並計算其原四面體的邊長與體積比。 <div style="text-align: center;"> </div> <ol style="list-style-type: none"> (1) 輸入 $a = 6$，輸入頂點 $A(0,0,0), B(a, 0,0)$。 (2) 使用TETRAHEDRON工具畫出正四面體。 (3) 找出各個三角形的重心，並觀察這四點構成的圖型 (4) 計算此四面體的邊長(以 a 表示) (5) 計算兩四面體的體積比 	<p>7分鐘</p> <p>15分鐘</p>	<p>實機操作</p> <p>學生實作與分組討論</p>

2. 討論：除了上除圖型以外，還有沒有對偶正多面體呢？
- (1) 討論其他正多面體的頂點數與面數，猜測其餘的對偶多面體。
 - (2) 使用Icosahedron指令，畫出正二十面體。

18分鐘

實機操作

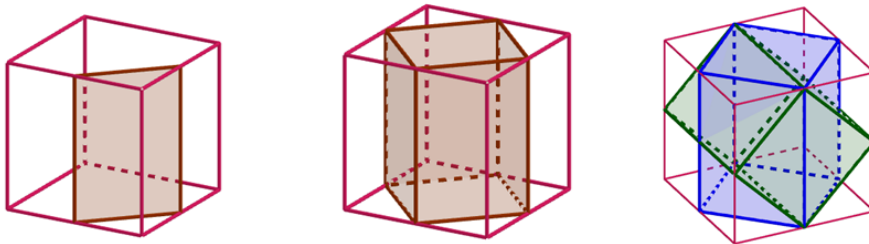


- (3) 找出共頂點的5個正三角形的重心，並連成正五邊形。
- (4) 使用DODECAHEDRON指令及上述5邊形，畫出正十二面體。
- (5) 觀察兩者的對偶情形
- (6) 上傳作品至作業區
- (7) 回顧所有正多面體的對偶情形

二、延伸討論：其他切割方式

1. 如果使用其他的分割方式，還能切出甚麼圖案呢？

 - (1) 連接鄰邊中點可以得到一個長方形，如果分割四次可以切出一個四角柱如果從另一個方向也切割4刀，最後會構成甚麼圖形呢？是正多面體嗎？



- (2) 如果從第三個方向再切四刀，你能看出這會是甚麼圖形嗎？
- (3) 使用3D軟體的交集功能，觀察圖型的結果。

教師展示

第4、5節教學活動

時間

備註

一、綜合活動——正六角柱及正八面體切割

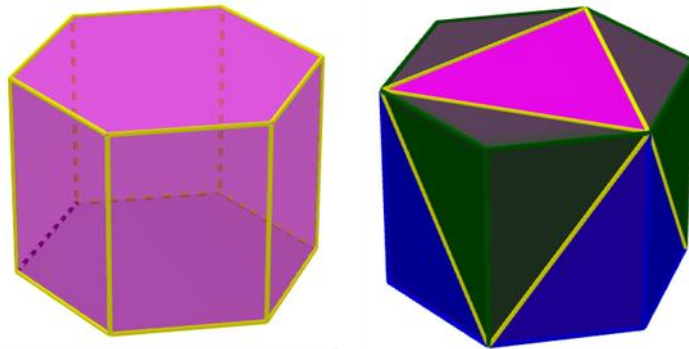
45分鐘

搭配附件六
使用

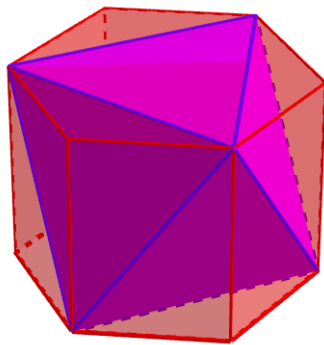
先藉由 GeoGebra 展示正六角柱的切割，詢問學生：「將一個正六角柱切割綠色和藍色的立體圖形後，會變成幾面體？」
(看完電腦展示後始發下學習單)

問題討論：

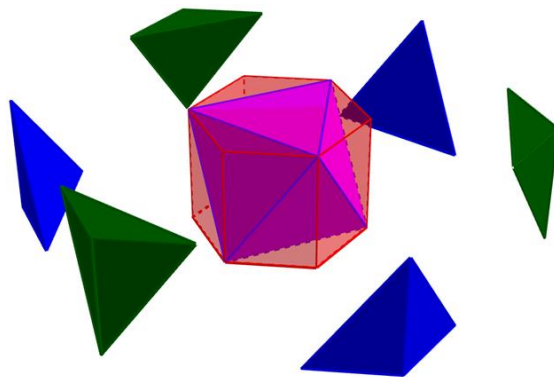
1. 如圖，將一個正六角柱切割綠色和藍色的立體圖形後，會變成幾面體？



2. 承上題，正六角柱的底邊長和高的比為多少時，切割出來的八面體會是正八面體？



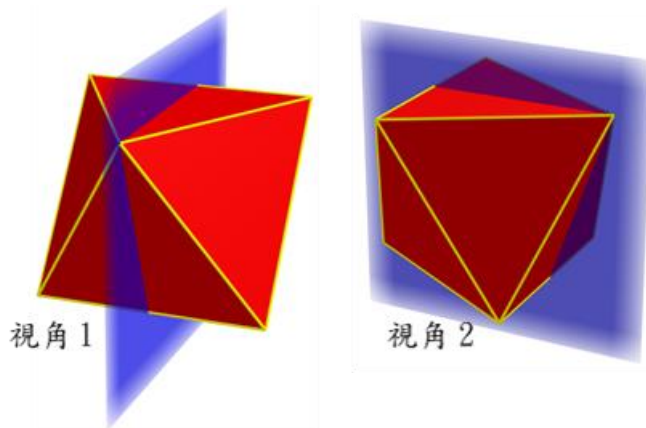
3. 承上題，若正六角柱的邊長為2cm，且中間為正八邊形，請求出此正八邊形的體積？



4. 請用不同於你第3題的方法求出此正八邊形的體積。

個人探究
小組討論
表達分享

5. 如圖，一個正八面體被垂直且正中間切一刀之後，它的切面會是一個什麼形狀？



學生可透過 GeoGebra 動畫展示去檢驗自己的答案，並更具體地想像切割後圖形，並討論後續問題。

6. 承上題，若此正八面體的邊長為 $2\sqrt{3}\text{cm}$ ，求它被切開後左側立體圖形的表面積。

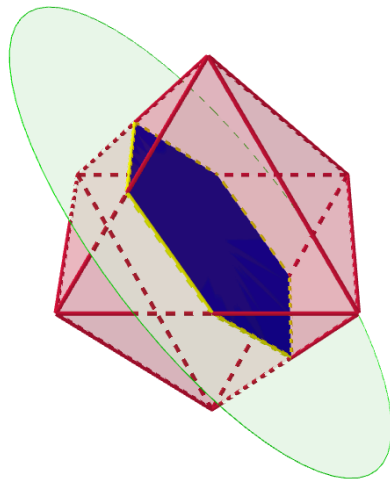


7. 承上題，若此正八面體的邊長為 $2\sqrt{3}\text{cm}$ ，求它被切開後左側立體圖形的體積。



8. 以下那些選項是一正八面體被切一刀後可能的截面？
 (A) 正三角形 (B) 鈍角三角形 (C) 銳角三角形 (D) 直角三角形
 (E) 正方形 (F) 菱形 (G) 箏形 (H) 矩形 (I) 平行四邊形
 (J) 等腰梯形 (K) 正五邊形 (L) 超人五邊形 (M) 正六邊形
 (N) 正七邊形 (O) 正八邊形

9. 一邊長為 2 的正八面體被切一刀後形成的切面若是正六邊形，求這個正六邊形的最大值。



學生可透過 GeoGebra 動畫展示去觀察正八面體切割截面為正六邊形的情形，並具體地進行討論。

四、教學省思及建議

1. 正立方體模具最好能每人一個，學生能依自己的需求(能力)，隨時進行實作、觀察。
2. 第1節課因為使用立體模具組觀察水面的活動，宜將活動觀察與學習單書寫的位置分開，並且準備抹布等清潔用具，以防學生不小心將水濺出。
3. 課程教學中，應以學生探究為主，多鼓勵學生說出自己的觀察發現，並給予正向的肯定。
4. 老師可準備一些(摺紙)模型，當學生無法透過 GeoGebra 釐清思考時，可提供相關實體模型參考。

五、附件

附件一

正立方體 切 切 切 …… 學習單

__年__班__號

姓名__

請將裝水之透明正立方體模具進行旋轉、傾斜、加水等動作，觀察水面的形狀並回答下列問題。

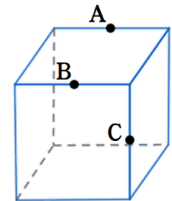
1. 立體圖形的截面：指一個平面與一個立體圖形相交所得到的平面圖形。

試問：用一個平面去切割一個正立方體，所得到的截面可能是怎麼樣的平面圖形？

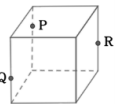
(進階：七邊形以上的平面圖形並沒有出現，為什麼？)

2. 圖一為一正立方體， A, B, C 分別為所在的邊之中點，通過 A, B, C 三點的平面與此立方體表面相截，問下列何者為其截痕的形狀？(88年學測)

- (1) 直角三角形 (2) 非直角的三角形 (3) 正方形
(4) 非正方形的長方形 (5) 六邊形



圖一



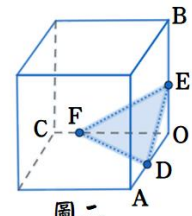
(進階：P、Q、R分別為正立方體所在的邊之任一點，通過P、Q、R三點的截面圖形為何？)

3. 正立方體的截面四邊形可以是平行四邊形嗎？

- 可以是菱形嗎？(非正方形或長方形)
可以是箏形嗎？

(進階：正立方體的截面五邊形可以是正五邊形嗎？)

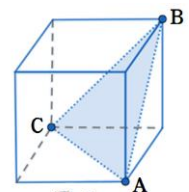
4. 圖二為一正立方體， D, E, F 分別為 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OC} 上任一點， $\triangle DEF$ 為正立方體的截面三角形，則 $\triangle DEF$ 一定是銳角的三角形嗎？可不可以是直角三角形，或是鈍角三角形呢？



圖二

5. 承上， A, B, C 分別為正立方體的三個頂點，如圖三所示。

- (1) 在空間中， $\angle ABC$ 是幾度呢？
(2) $\triangle ABC$ 是何種三角形？



圖三

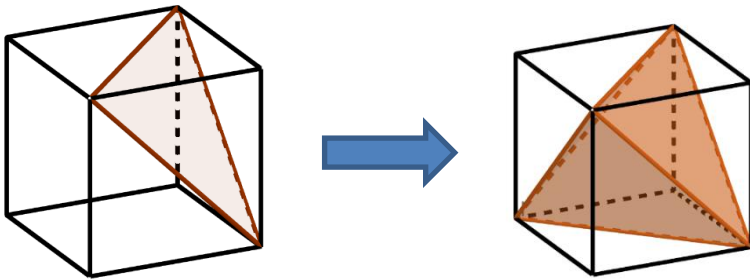
(進階：說明 $\triangle ABC$ 是正立方體的最大截面三角形。)

多面體的切割 I

❖ 正立方體的截面

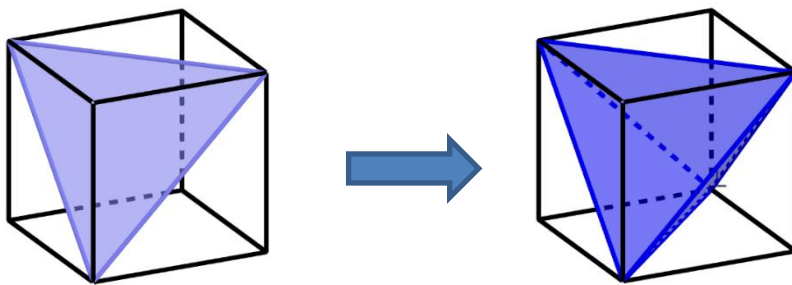
上個單元我們學到正立方體中可以截出許多圖案，如果運用這些圖案將正立方體切割，會形成甚麼樣的立體圖形呢？

- 1 利用 3 頂點形成的正三角形，從 4 個方向切割，可以切出正四面體。



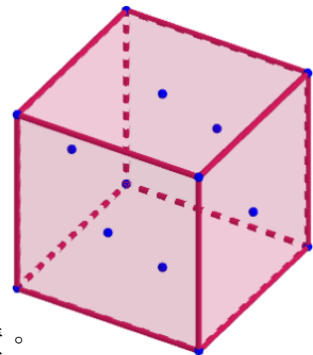
- 1.1 此正四面體的邊長與正立方體的邊長比為_____。
- 1.2 若原正立方體的邊長是 1，你能計算這個正四面體的體積嗎？

- 2 若從另一組方向切割 4 刀，也能切出一個不同方向的正四面體。



- 2.1 如果同時用上述兩種方式，切八刀，最後會形成甚麼圖形？

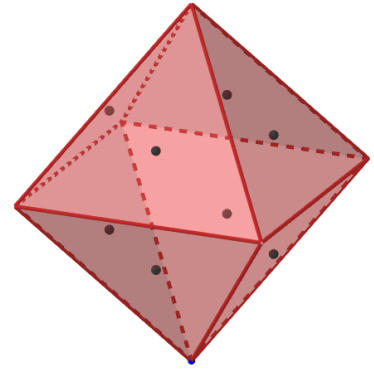
- 2.2 若原正立方體的邊長是 1，請計算這個圖形的邊長與體積。



3 將一個邊長為 1 的正八面體相鄰面的外心連線，會得到甚麼圖形？

3.1 請計算這個立體圖形與正八面體的邊長比。

3.2 請計算這個立體圖形的體積。

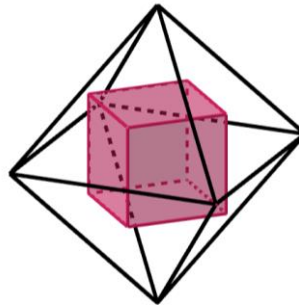
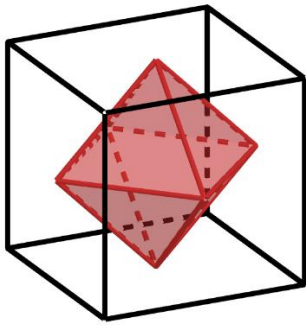


4 觀察正八面體與正六面體：

4.1 正六面體有：_____面；_____頂點。

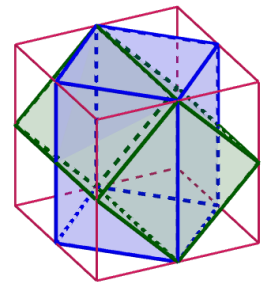
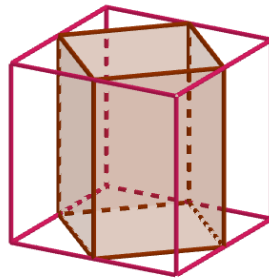
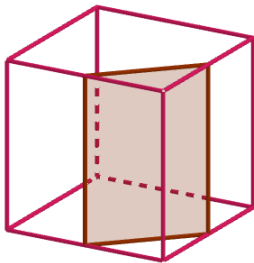
4.2 正八面體有：_____面；_____頂點。

此種情形稱兩者為**對偶多面體**。



5 如果使用其他的分割方式，還能切出甚麼圖形呢？

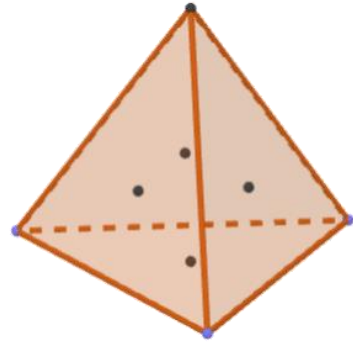
5.1 連接鄰邊中點可以得到一個長方形，如果分割四次可以切出一個四角柱。
如果再從另一個方向也切割 4 刀，最後會構成甚麼圖形呢？是正多面體嗎？



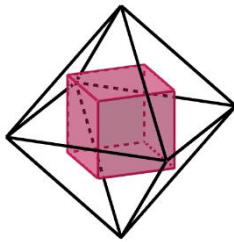
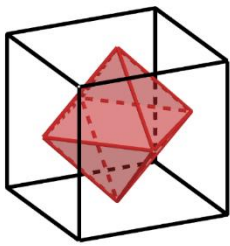
5.2 如果從第三個方向再切四刀，你能看出這會是甚麼圖形嗎？

❖ 正四面體

1. 請畫出正四面體的對偶多面體，並計算其與原四面體的邊長與體積比。

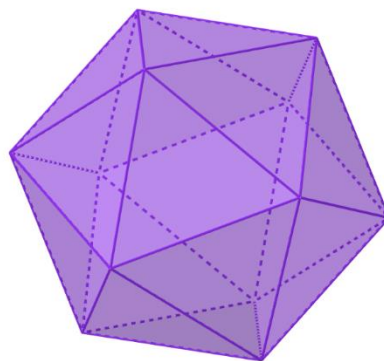
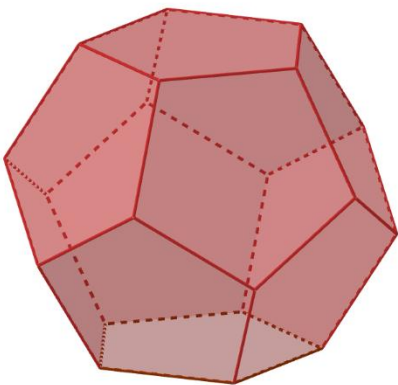


2. 從上節的討論，已知能從正六面體中切出正八面體。
那從正八面體中如何切出最大的正六面體呢？請討論其邊長與體積比。



❖ 正十二面體與正二十面體

正十二面體或是正二十面體，有沒有對偶多面體呢？

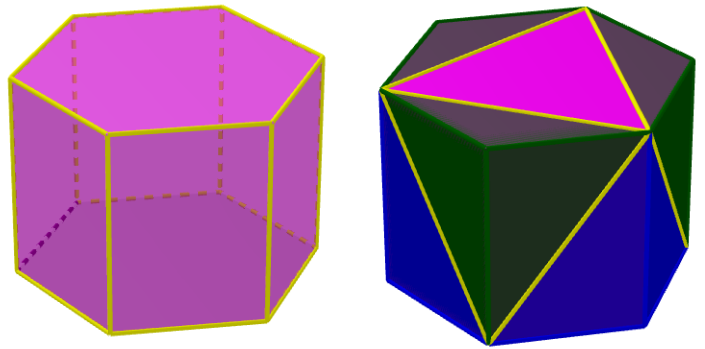


多面體的切割 II

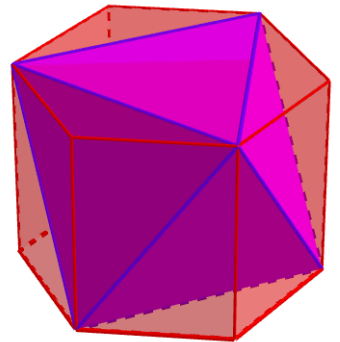
請注意：先不要發這張學習單，第一題用電腦展示後，再發下這張學習單。



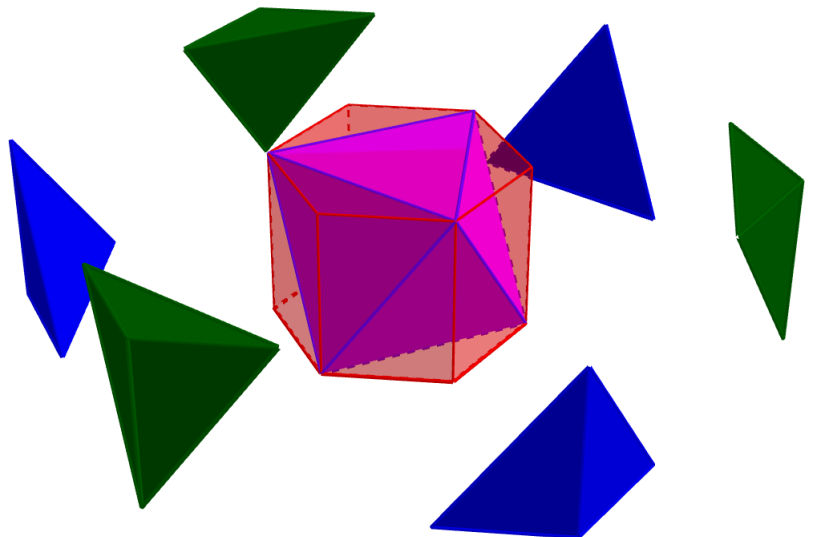
- 1、如右圖，將一個正六角柱切割綠色和藍色的立體圖形後，會變成幾面體？



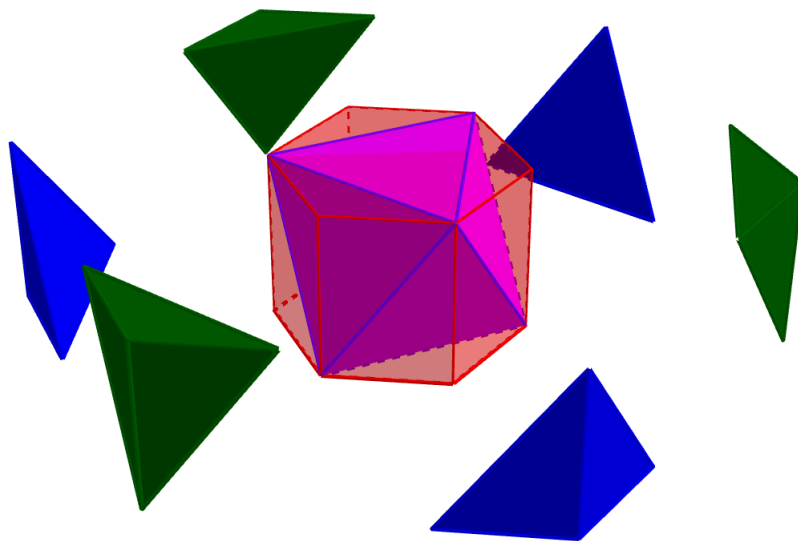
- 2、承上題，正六角柱的底邊長和高的比為多少時，切割出來的八面體會是正八面體？



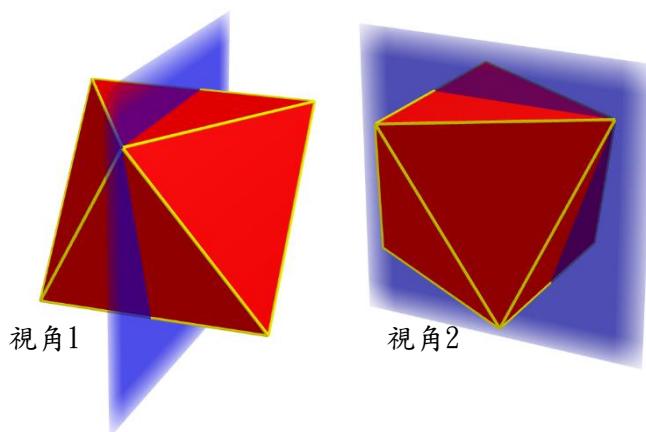
- 3、承上題，若正六角柱的邊長為 2cm，且中間為正八邊形，請求出此正八邊形的體積



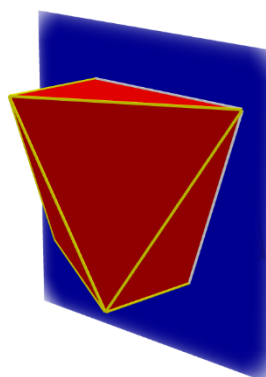
4、請用不同於你第 3 題的方法求出此正八邊形的體積。



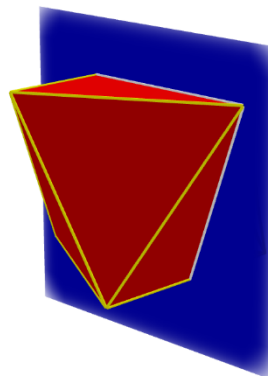
5、如右圖，一個正八面體被垂直且正中間切一刀之後，它的切面會是一個什麼形狀？



6、承上題，若此正八面體的邊長為 $2\sqrt{3}\text{cm}$ ，求它被切開後左側立體圖形的表面積。



7、承上題，若此正八面體的邊長為 $2\sqrt{3}\text{cm}$ ，求它被切開後左側立體圖形的體積。

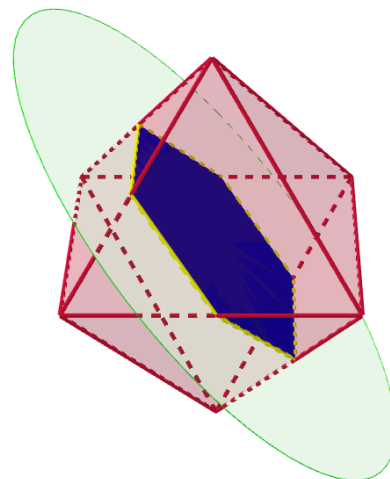


8、以下那些選項是一正八面體被切一刀後可能的截面？

- (A) 正三角形 (B) 鈍角三角形 (C) 銳角三角形 (D) 直角三角形 (E) 正方形
 (F) 菱形 (G) 箏形 (H) 矩形 (I) 平行四邊形 (J) 等腰梯型
 (K) 正五邊形 (L) 超人五邊形 (M) 正六邊形 (N) 正七邊形 (O) 正八邊形



9、一邊長為 2 的正八面體被切一刀後形成的切面若是正六邊形，求這個正六邊形的最大值。



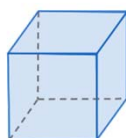


立體圖形狂想曲之正立方體切切切

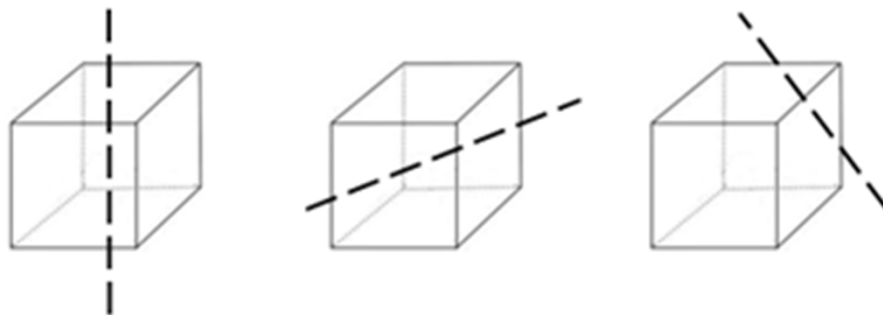
中壢國中 潘佳伶老師 平興國中 陳隆期老師
東興國中 鍾元杰老師 青溪國中 王丞偉老師
光明國中 張順良老師

準備材料

- 透明正立方體模具
- 正立方體切切切學習單
- 墨汁水、水桶、抹布



切開後的截面圖形為何？



學習單第1題

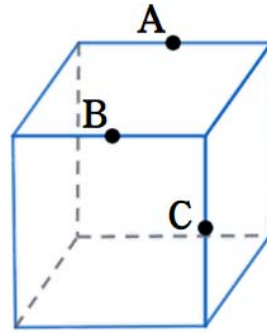
正立方體的截面圖形有哪些？

請利用裝有墨水的透明正立方體模具，調整水量及模具的位置，觀察水平面圖形。

♣ 會有七邊形以上的截面圖形嗎？為什麼？

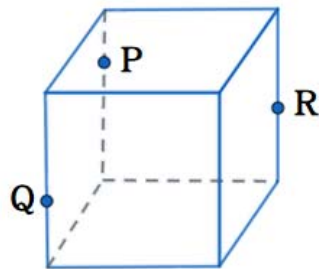
A、B、C分別為正立方體所在的邊之中點，

通過A、B、C三點的截面圖形？



P、Q、R分別為正立方體所在的邊之任一點，

通過P、Q、R三點的截面圖形？

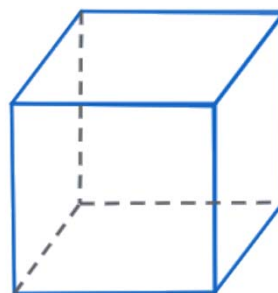


正立方體的截面四邊形可以是

平行四邊形？

菱形？

箏形？

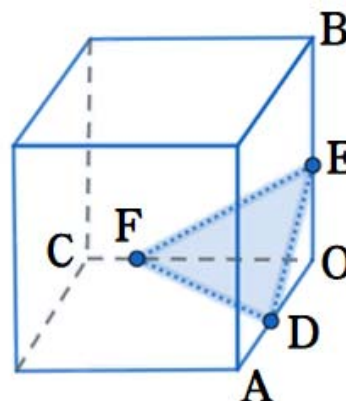


♣ 正立方體的截面五邊形可以是正五邊形嗎？

♣ 正立方體的截面六邊形可以是正六邊形嗎？

D、E、F分別為正立方體 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OC} 上任一點，則

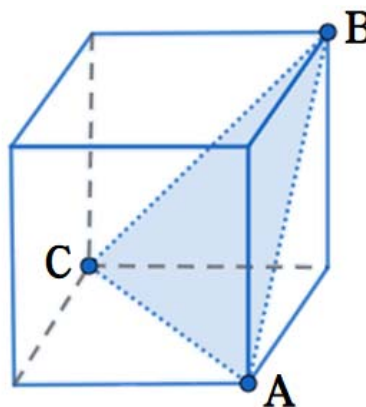
$\triangle DEF$ 為何種三角形？



A、B、C分別為正立方體的三個頂點，在空間中

$\angle ABC$ 是幾度？

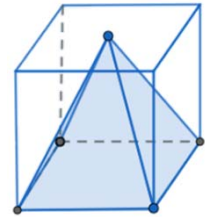
$\triangle ABC$ 是何種三角形？



如果倒入正立方體一半的水量，
會得到那些截面圖形呢？

♣ 半盒水的截面，可視為是將一個正立方體切成體積相等的兩半之切割面。
試問：所切割出來的兩半，是全等的兩半嗎？

底面全等、高也相等的
四角錐和正立方體的體積比為何？



即取一個底面和正立方體的面全等的四角錐，且錐高等於正立方體的邊長，
將此四角錐裝滿水後倒入正立方體中，
觀察水面的高度為正立方體邊長的多少倍？

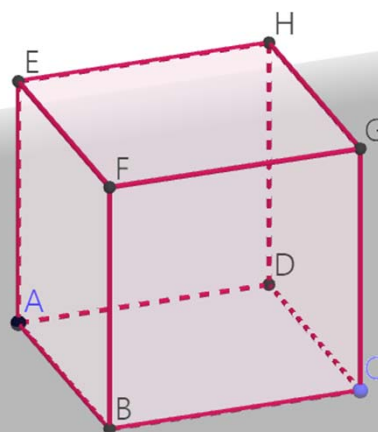
哪一種截面圖形能在正立方體上找到，
卻在長方體上找不到？



立體圖形狂想曲之正多面體切割術

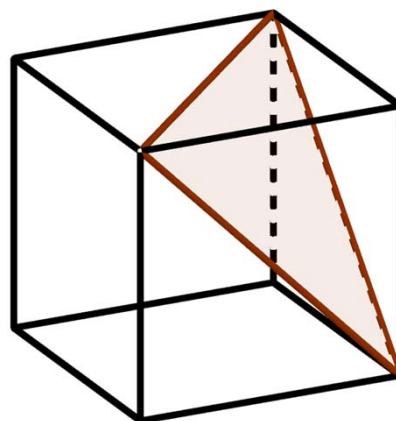
畫正六面體

1. 設定常數 a 及兩頂點
 $A(0,0,0), B(a, 0,0)$
2. 使用正立方體工具，
依序點擊A,B



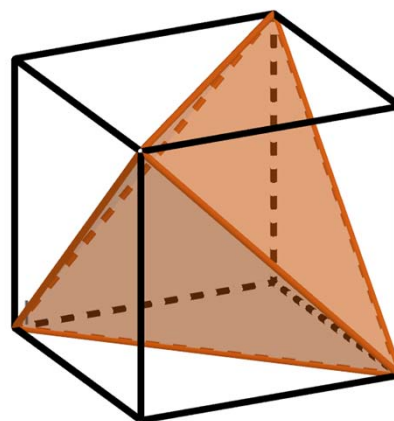
畫出六面體中的四面體

依序連接對角點，
形成正三角形



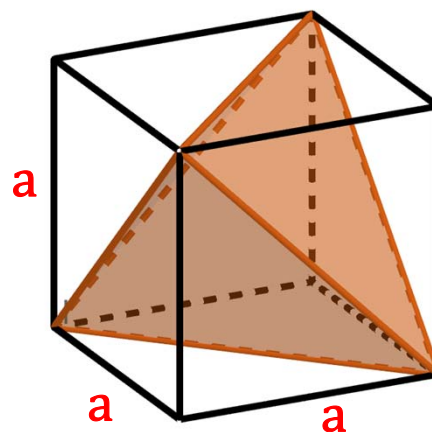
畫出六面體中的四面體

繼續下去，連出四個正三角形
形成正四面體

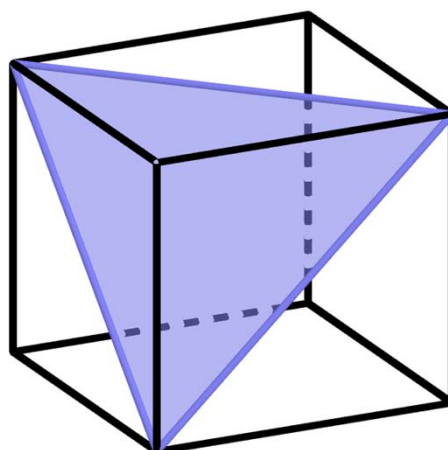


六面體中的四面體

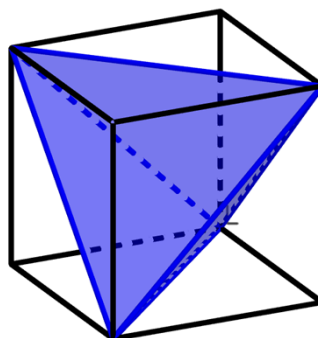
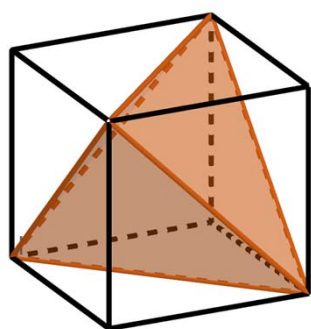
- 已知正六面體邊長為 a ，則正四面體邊長為何？
- 要如何計算正四面體的體積？
與正立方體的體積比為何？



還有其他的連法... ?

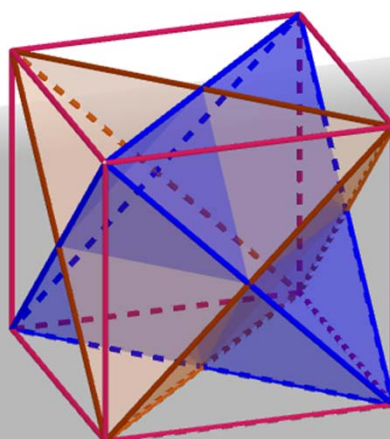


從另一方向連出正四面體



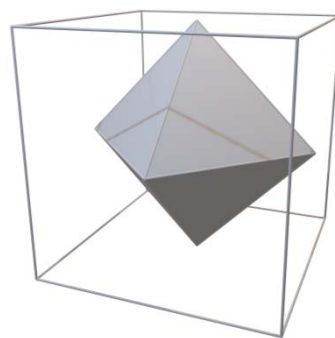
將正六面體
切下八刀

請問剩下的部分，
會是甚麼立體圖形？



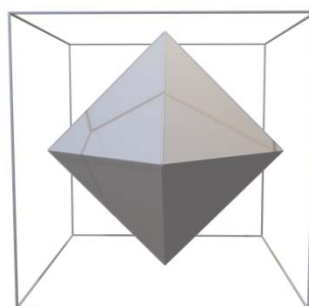
正六面體內接
正八面體

請問此立體圖形的邊長為何？



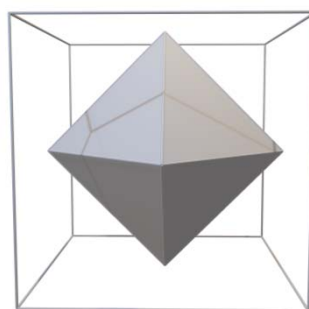
正六面體內接
正八面體

轉轉正八面體，找切入點



正六面體內接 正八面體

請問此正八面體的體積為何？
與正六面體的體積比為何？



TriangleCenter 函數

函數格式：TriangleCenter(點, 點, 點, 編號)

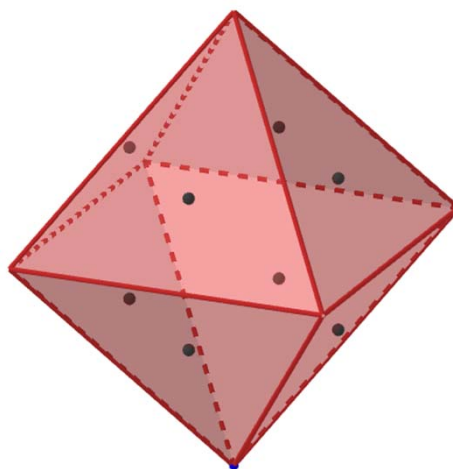
分別填入三點坐標與編號，即可找到三角形的心，常用編號：

- 1：內心
- 2：重心
- 3：外心
- 4：垂心



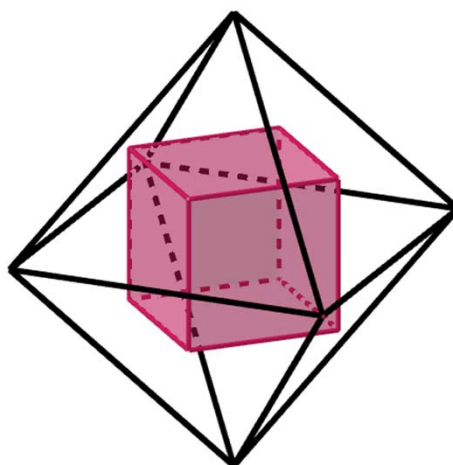
正八面體 各面中心

使用TriangleCenter指令，
找出各個正三角形的中心。
觀察一下，這些頂點可以形
成甚麼立體圖形？



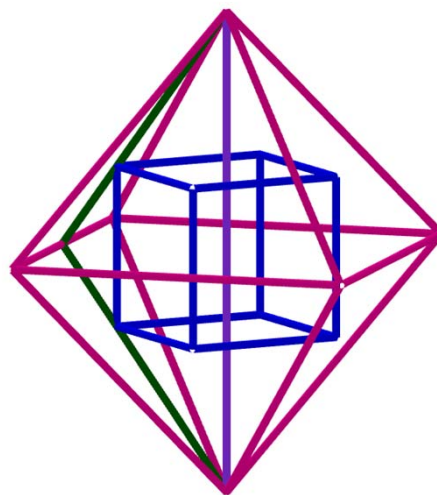
正八面體 內接正六面體

使用TriangleCenter指令，
找出各個正三角形的中心。

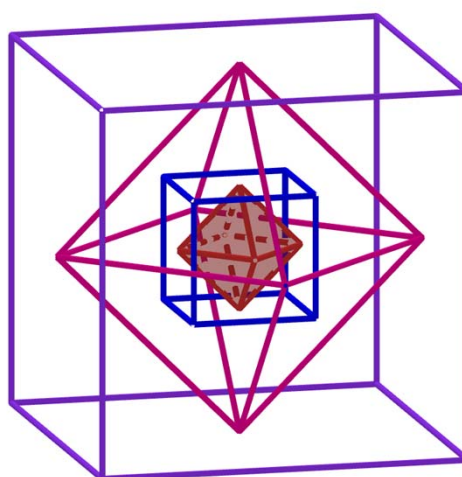


正八面體內接 正六面體

要怎麼計算小正六面體的週長與體積？

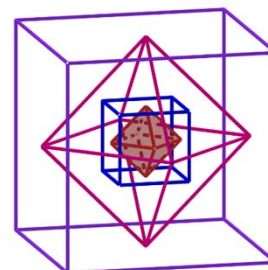


正六面體內接
正八內接正六
內接正八.....



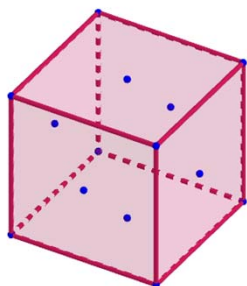
對偶多面體

- 多面體各面中心連線形成的多面體，其中心連線可形成和原來一樣的多面體，稱為對偶多面體

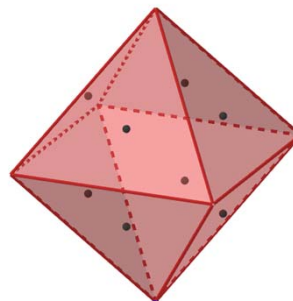


對偶多面體的特徵

正六面體：六面八頂點



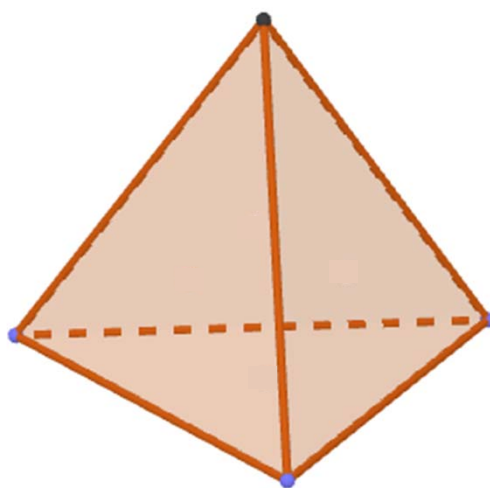
正八面體：八面六頂點



還有其他對偶正多面體嗎？

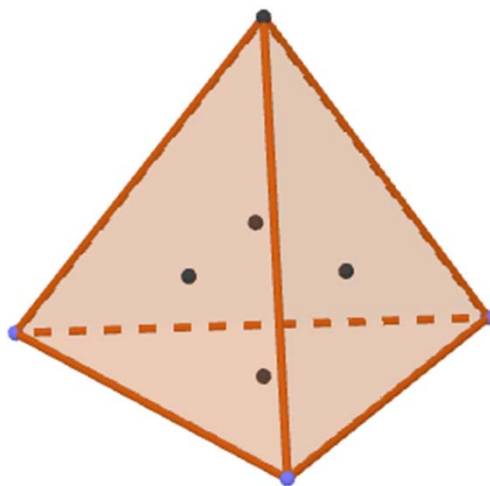
正四面體

觀察正四面體的面與邊，
正四面體有對對偶多面體嗎？



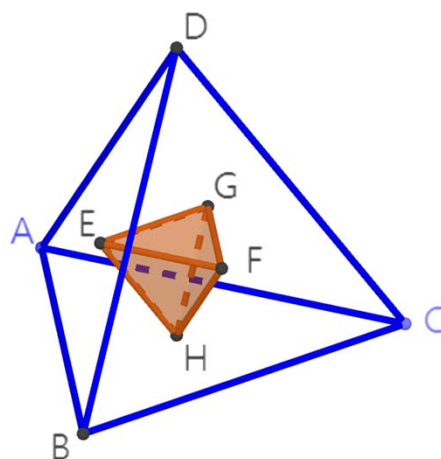
正四面體的對偶多面體

找出各面的中心，畫出正四面體的對偶多面體。



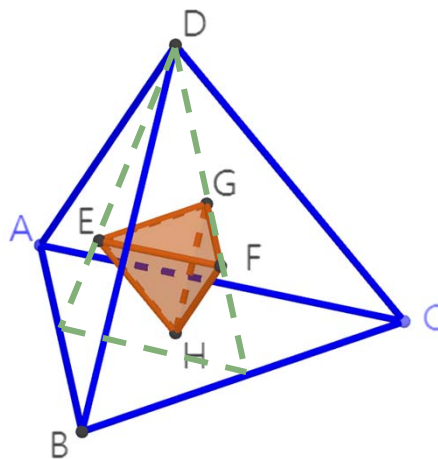
正四面體內接正四面體

若大正四面體的邊長為 a
求小正四面體的邊長；



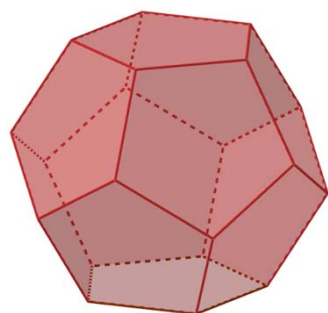
正四面體內接 正四面體

求出兩正四面體的體積比

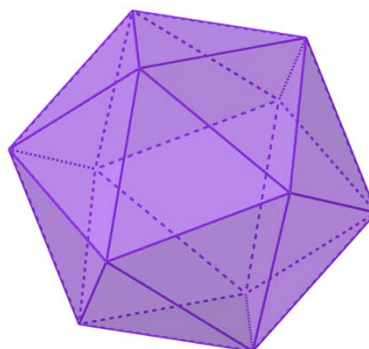


其他正多面體是否對偶？

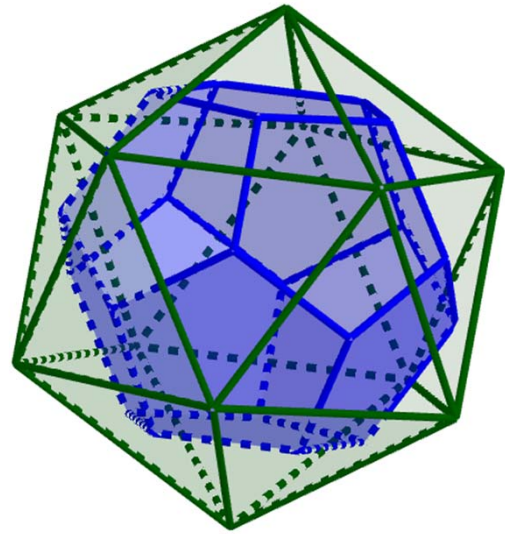
正十二面體



正二十面體

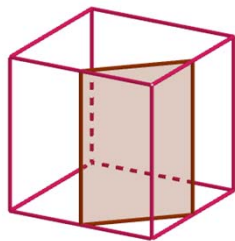


正十二面體和
正二十面體
是對偶多面體

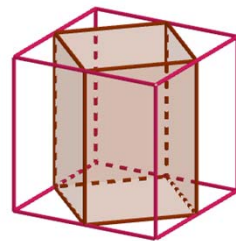


延伸討論

正立方體四邊中點連線

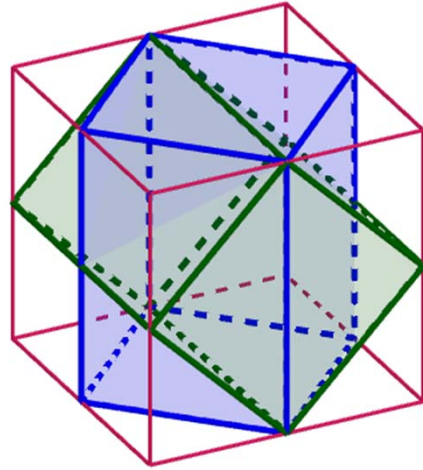


切下四面可以形成四腳柱



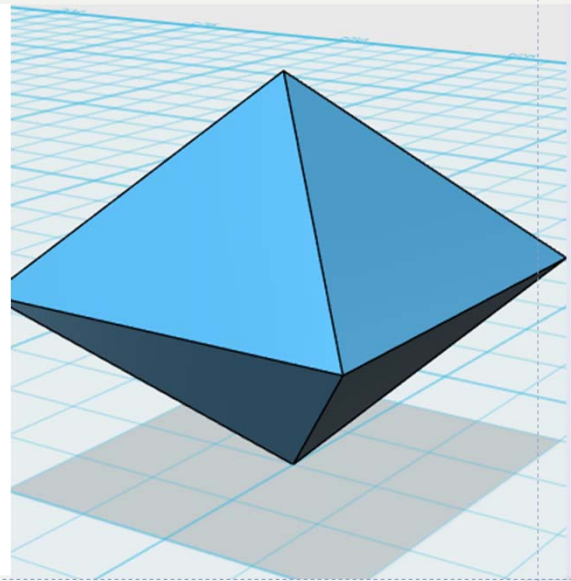
延伸討論

若沿著另一個方向切四面，
會剩下甚麼樣的立體圖形？



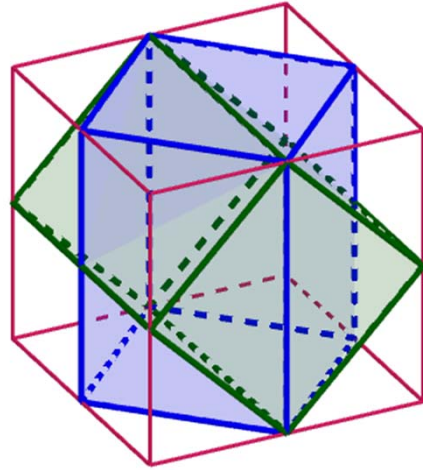
延伸討論

若沿著另一個方向切四面，
會剩下甚麼樣的立體圖形？



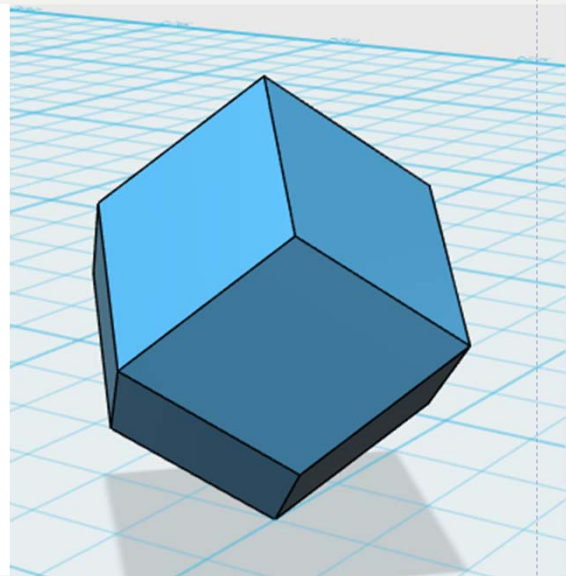
延伸討論

若是沿著三個方向，切12刀，
剩下的部分會是甚麼圖型？

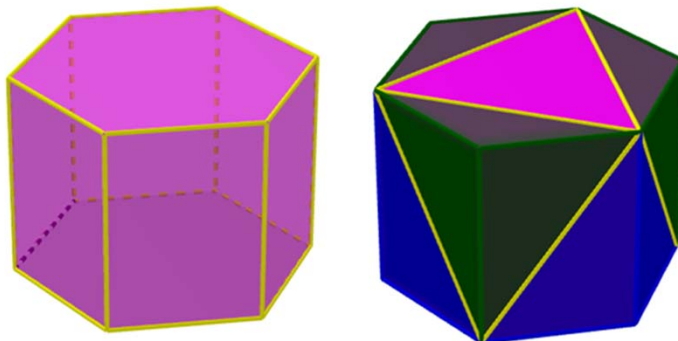


延伸討論

若是沿著三個方向，切12刀，
剩下的部分會是甚麼圖型？



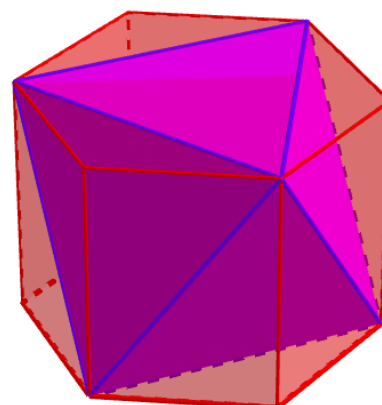
將一個正六角柱切割綠色和藍色的立體圖形後，會變成幾面體？



點我看動態幾何

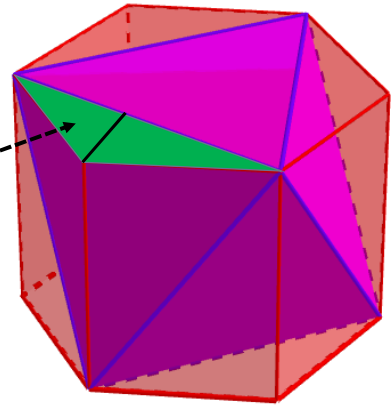


正六角柱的底邊長和高的比為多少時，切割出來的八面體會是正八面體？



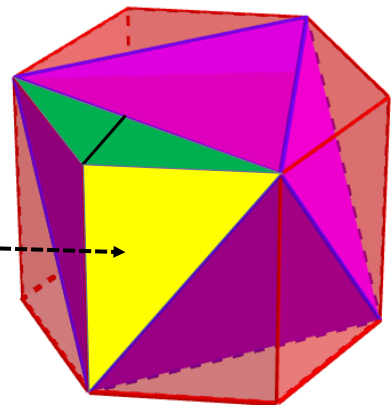
正六角柱的底邊長和高的
比為多少時，切割出來的
八面體會是正八面體？

Way1：
從這裡你看到什麼？



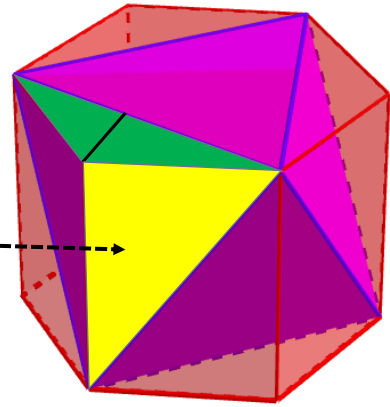
正六角柱的底邊長和高的
比為多少時，切割出來的
八面體會是正八面體？

Way1：
接下來
你看到什麼？



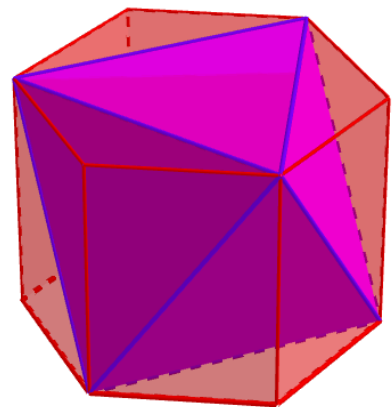
正六角柱的底邊長和高的
比為多少時，切割出來的
八面體會是正八面體？

Way1：
從你的答案中
是否有發現
他和什麼有關聯？



正六角柱的底邊長和高的
比為多少時，切割出來的
八面體會是正八面體？

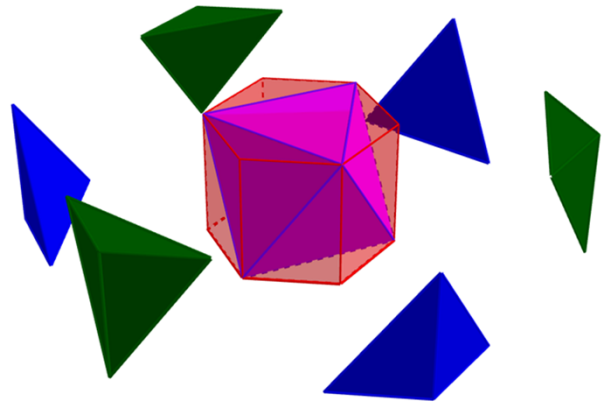
Way2：
你能再來一個
不同的方法嗎？



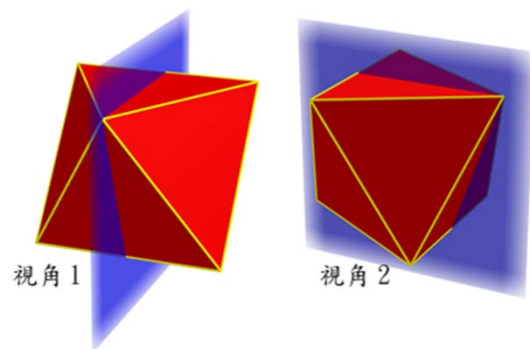
[點我看動態幾何](#)



若正六角柱的邊長為2cm，
且中間為正八邊形，
請求出此正八邊形的體積？



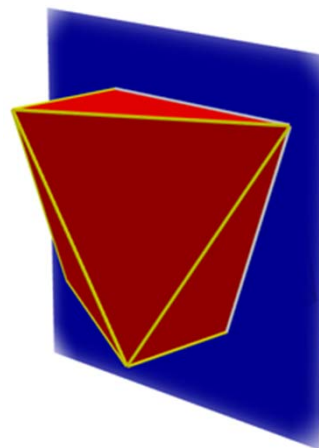
一個正八面體被垂直且
正中間切一刀之後，
它的切面會是一個什麼形狀？



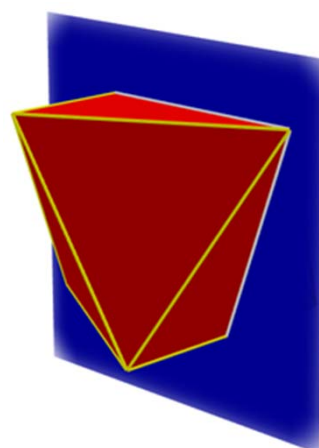
點我看動態幾何



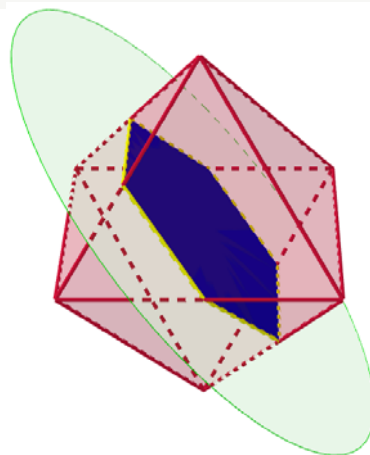
若此正八面體的
邊長為 $2\sqrt{3}\text{cm}$ ，
求它被切開後左側
立體圖形的表面積。



若此正八面體的
邊長為 $2\sqrt{3}\text{cm}$ ，
求它被切開後左側
立體圖形的體積。



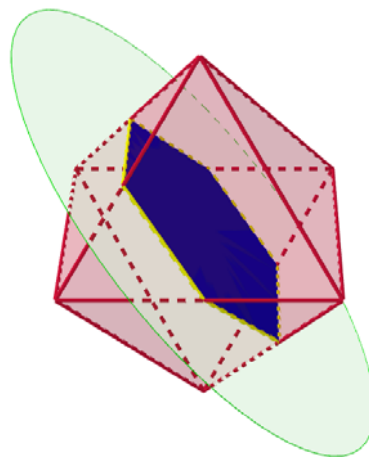
一邊長為 2 的正八面體
被切一刀後形成的切面
若是正六邊形，
求這個正六邊形的最大值。



點我看動態幾何



- 以下那些選項是一正八面體
被切一刀後可能的截面？
- (A) 正三角形
 - (B) 鈍角三角形
 - (C) 銳角三角形
 - (D) 直角三角形
 - (E) 正方形
 - (F) 菱形
 - (G) 箏形
 - (H) 矩形
 - (I) 平行四邊形
 - (J) 等腰梯形
 - (K) 正五邊形
 - (L) 超人五邊形
 - (M) 正六邊形
 - (N) 正七邊形
 - (O) 正八邊形



點我看動態幾何

