

# 費波那契數列

## 應用於拼圖遊戲及日常生活

中興國中 張怡雯老師

中興國中 李慧玲老師

光明國中 張順良老師

111-2 中等學校資賦優異課程工作坊 數學—費波納契社群

主辦單位：桃園市政府教育局

承辦單位：桃園市資優教育資源中心



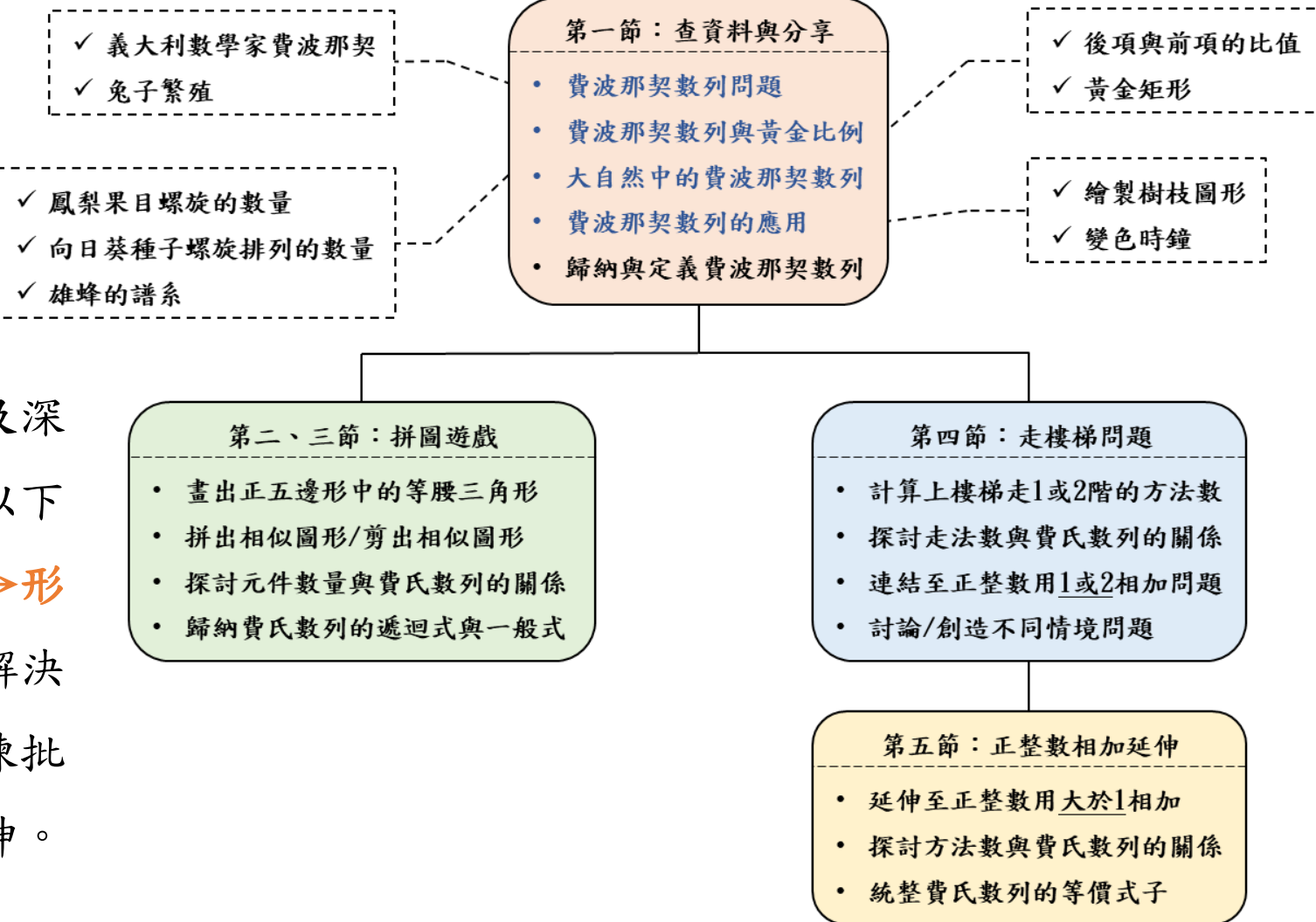
# 費波那契數列—應用於拼圖遊戲及日常生活

## 設計理念

- 特需「**獨立研究**」融入「**數學**」
- 主題為**費波那契數列**
- 適用對象為**國中八~九年級**學生
- 活動時間共**五節課**

本課程的設計囊括費波那契數列的廣度以及深度，理念是希望學生從活動與問題中進行以下的過程：**嘗試舉例**→**觀察規律**→**發現事實**→**形成解釋**，透過教師逐步搭鷹架，學生動手解決問題並驗證自己的想法，在小組討論中訓練批判思考的能力，藉此培養探究的習慣與精神。

## 單元架構



# 第一節：查資料與分享

費波那契數列問題

費波那契數列與黃金比例

大自然中費波那契數列


費波那契數列的應用

費波那契在《計算之書》中，

提出一個有趣的問題：

第一個月有一對新生的小兔子 

第二個月小兔子長成一對大兔子 

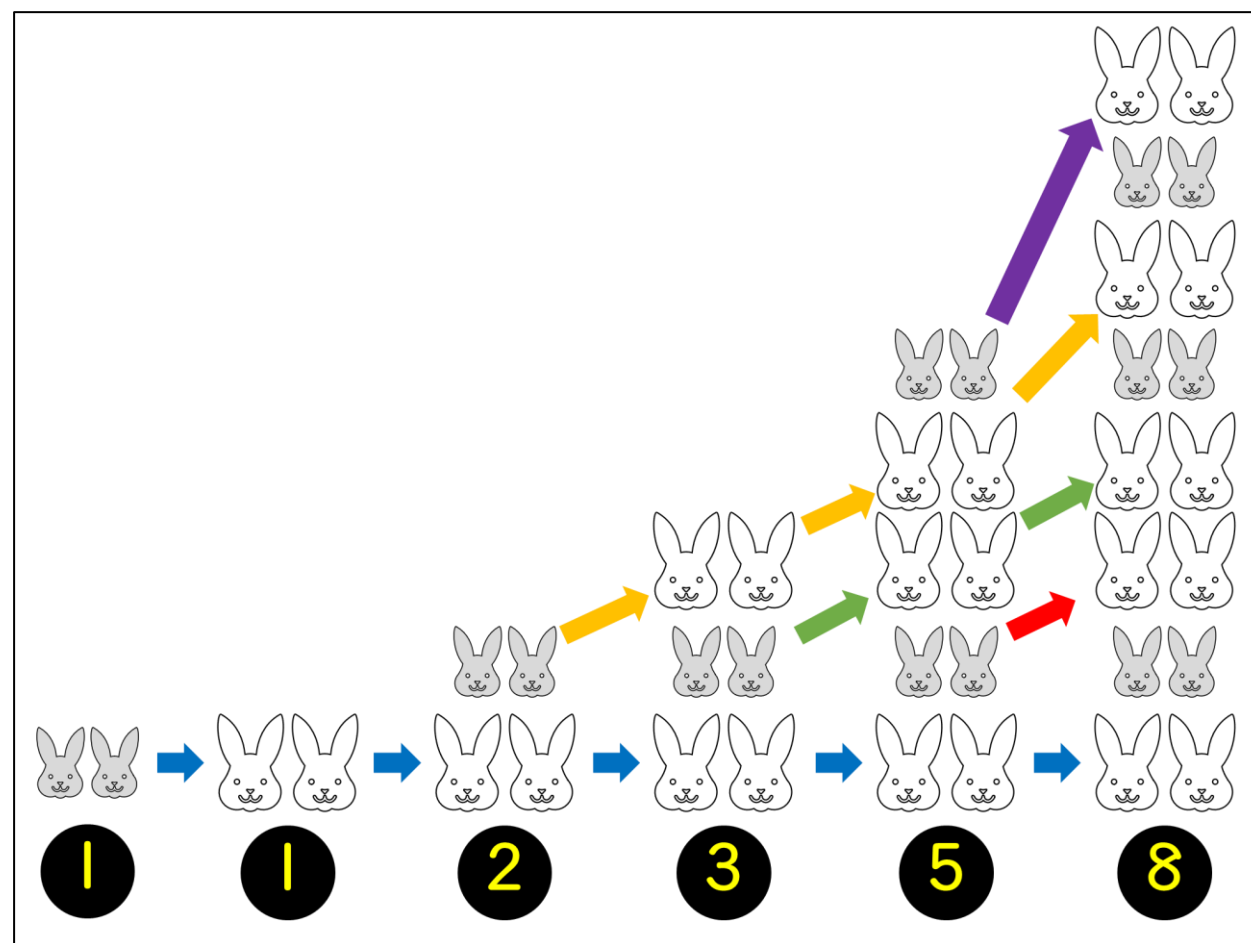
第三個月大兔子生育一對小兔子  

依此規律得到的兔子對數依序為

**1, 1, 2, 3, 5, 8, .....**

形成的數列稱為「費波那契數列」，

簡稱「費氏數列」。



# 第一節：查資料與分享

費波那契數列問題

費波那契數列與黃金比例

大自然中費波那契數列

費波那契數列的應用

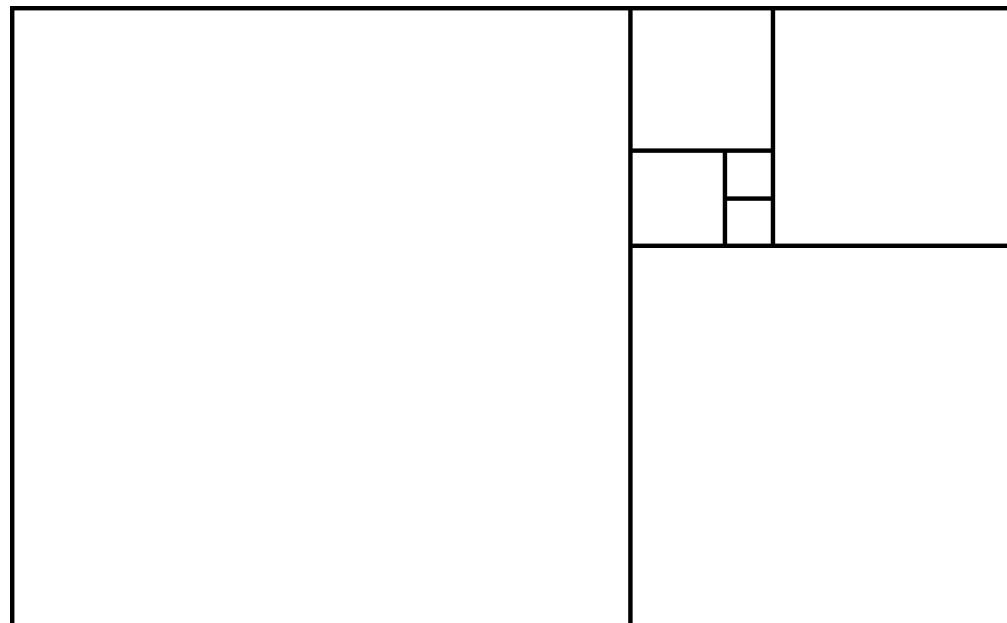
$$1 + 1 + 4 = 6 = 2 \times 3$$

$$1 + 1 + 4 + 9 = 15 = 3 \times 5$$

$$1 + 1 + 4 + 9 + 25 = 40 = 5 \times 8$$

$$1 + 1 + 4 + 9 + 25 + 64 = 104 = 8 \times 13$$

$$1 + 1 + 4 + 9 + 25 + 64 + 169 = 273 = 13 \times 21$$



後項	前項	比例=後項/前項
1	1	1
2	1	2
3	2	1.5
5	3	1.66666
8	5	1.6
13	8	1.625
21	13	1.61538
34	21	1.61904
55	34	1.61764
89	55	1.61818
144	89	1.61797
233	144	1.61805
377	233	1.61802
610	377	1.61803
987	610	1.61803
...	...	...

表中比值趨近

黃金比例

1.618033988...

矩形愈畫愈大後

長寬比愈接近

黃金比例

# 第一節：查資料與分享

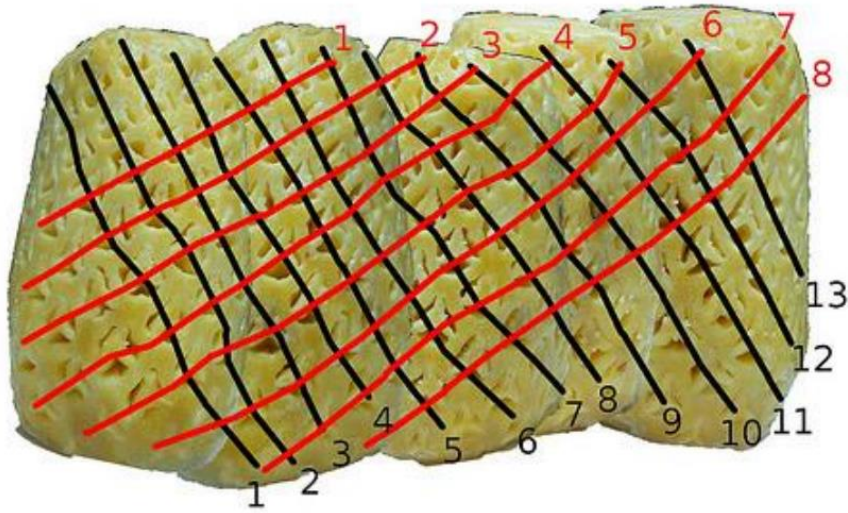
費波那契數列問題

費波那契數列與黃金比例

大自然中費波那契數列

費波那契數列的應用

## 鳳梨果目螺旋的數量

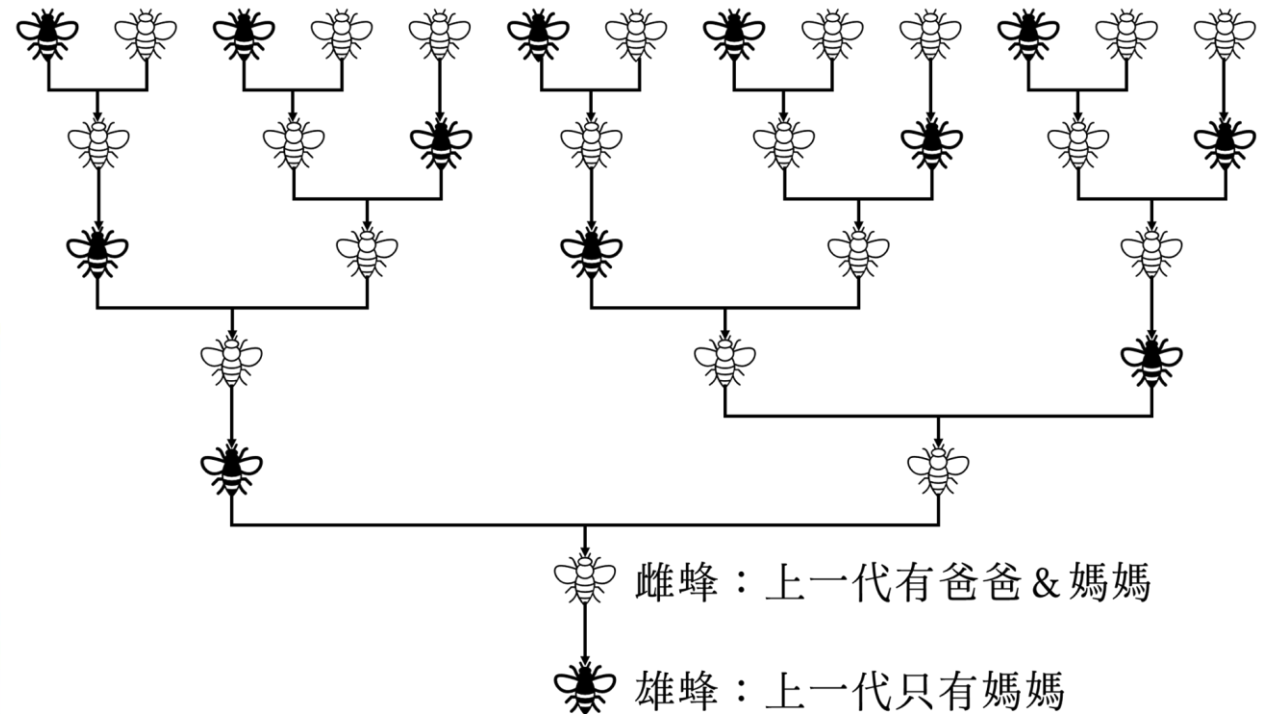


## 向日葵種子順、逆時針的螺旋排列數量



## 雄蜂的譜系

雄蜂是由未受精的卵孵化出來的，所以只有媽媽沒有爸爸，而雌蜂是有爸爸和媽媽的。



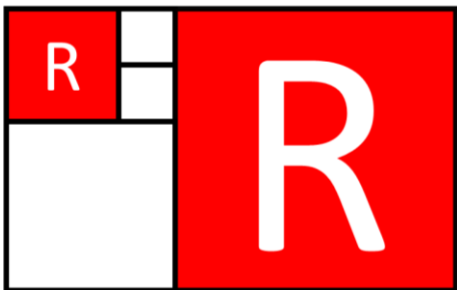
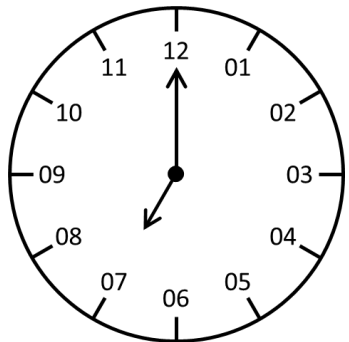
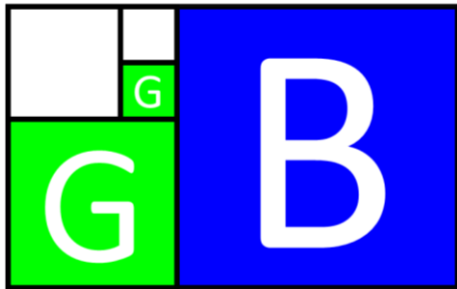
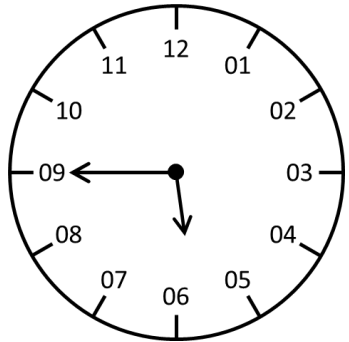
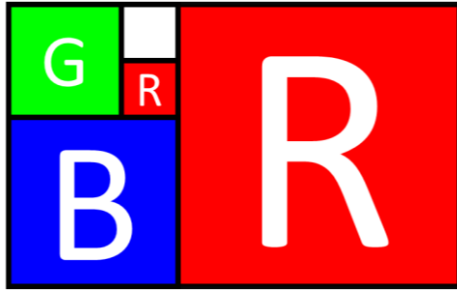
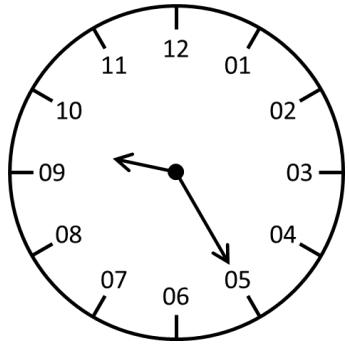
# 第一節：查資料與分享

費波那契數列問題

費波那契數列與黃金比例

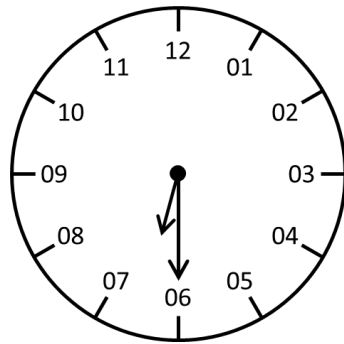
大自然中費波那契數列

費波那契數列的應用

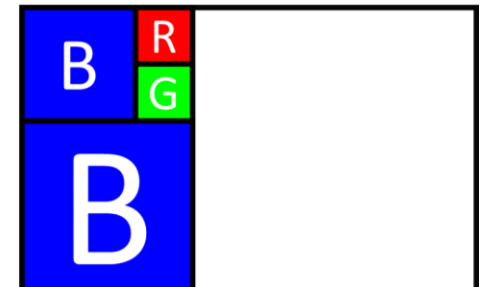
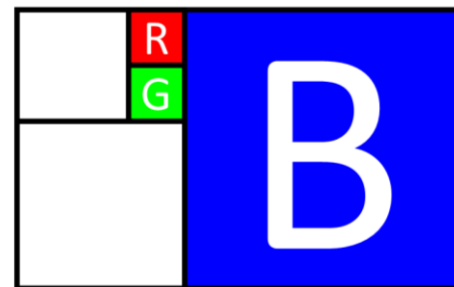
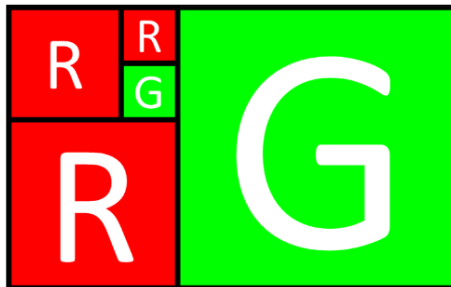


小時 = 紅色正方形邊長 + 藍色正方形邊長；

分鐘 = (綠色正方形邊長 + 藍色正方形邊長) × 5



你覺得在同一個時間下，會不會只有唯一的顯示方式？如果不會，請舉例說明。



# 第一節：查資料與分享

費波那契數列問題

費波那契數列與黃金比例

大自然中費波那契數列

費波那契數列的應用

教師在這一堂課結束前，要歸納何謂費波那契數列。

1. 費波那契數列的遞迴關係式： $f_i = f_{i-1} + f_{i-2}$
2. 定義費波那契數列的足碼  $i$  與一般項  $f_i$  如下表：

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$f_i$	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610

註：建議教師讓學生動手多算幾項，熟悉或者記住數字的大小，建立數感。

## 第二、三節：拼圖遊戲

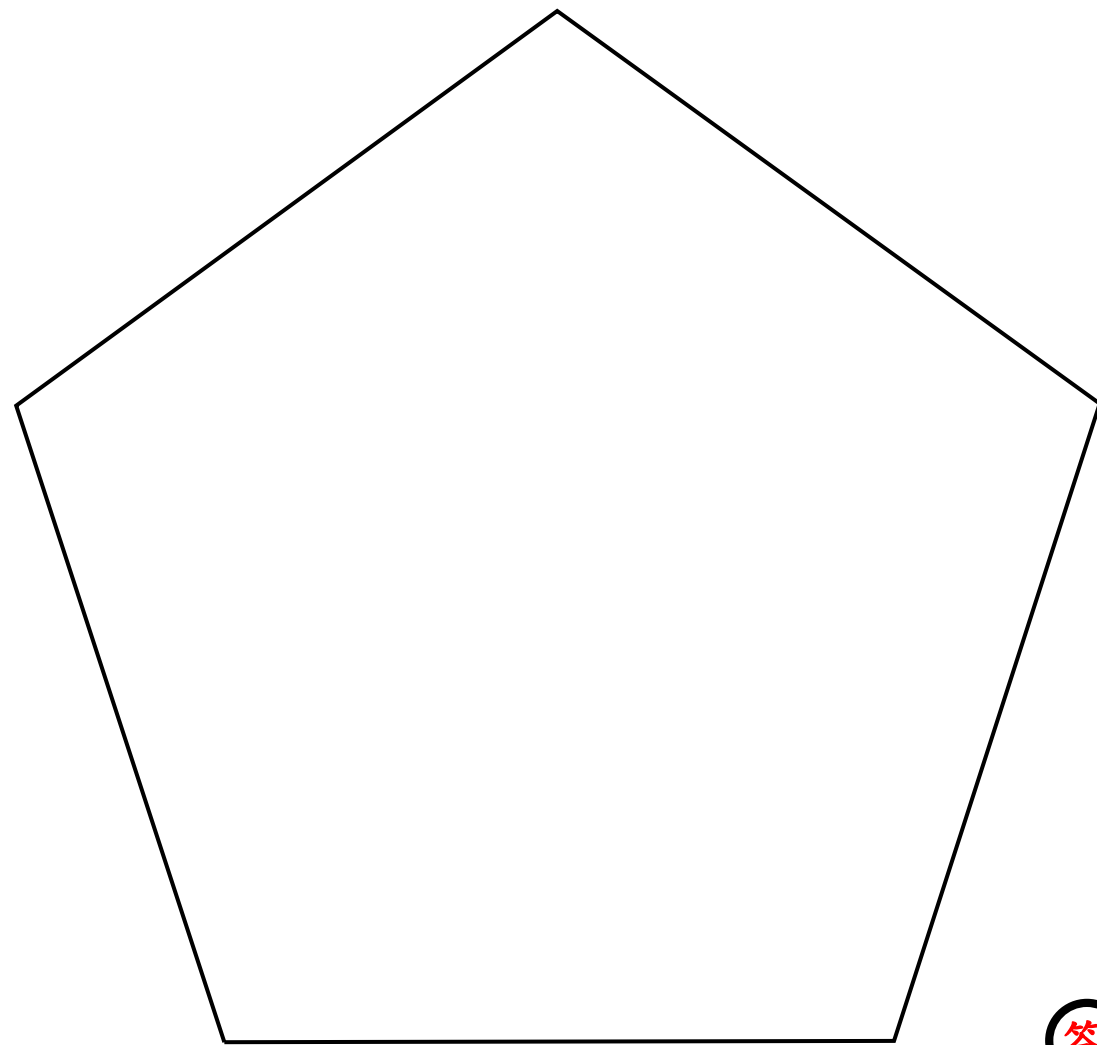
「畫」出正五邊形中的相似三角形

「拼」出相似三角形

「剪」出五邊形中的相似三角形

1. 試著在右方的正五邊形上畫對角線，觀察對角線所切出來的三角形。
2. 有些對角線之間會產生交點，如果再繼續將交點連線，且讓直線兩端延伸超出原本的正五邊形外，觀察圖中出現的三角形，寫下你有甚麼發現？

A large dashed rectangular box intended for writing answers, with a small dashed arrow pointing to the bottom right corner.



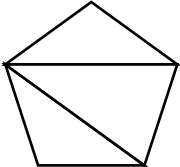


## 第二、三節：拼圖遊戲

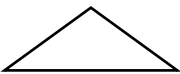
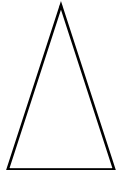
「畫」出正五邊形中的相似三角形

「拼」出相似三角形

「剪」出五邊形中的相似三角形

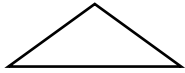
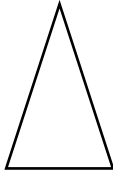
3.  如左圖，畫出這兩條對角線後，可

以在正五邊形中切出兩種三角形，分別是

 和 ，假設正五邊形的邊長為1，

對角線的長度為 $\phi$ ，請問這兩種三角形的

邊長分別是多少？完成右方表格。

元件編號	A	B
圖示		
腰的長度		
底邊的長度		

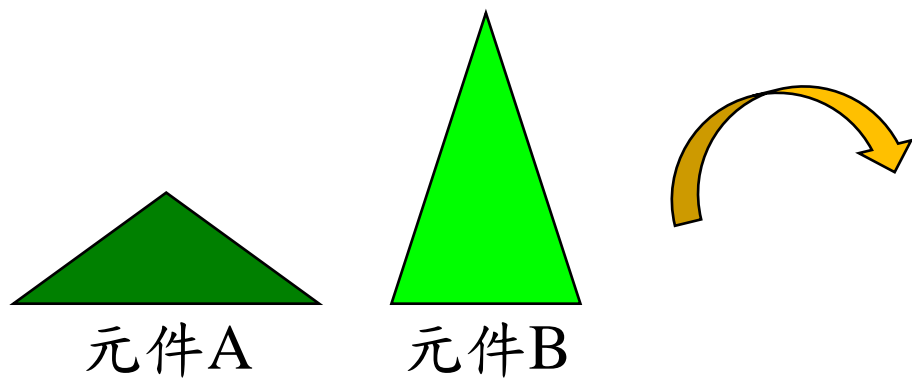
## 第二、三節：拼圖遊戲

「畫」出正五邊形中的相似三角形

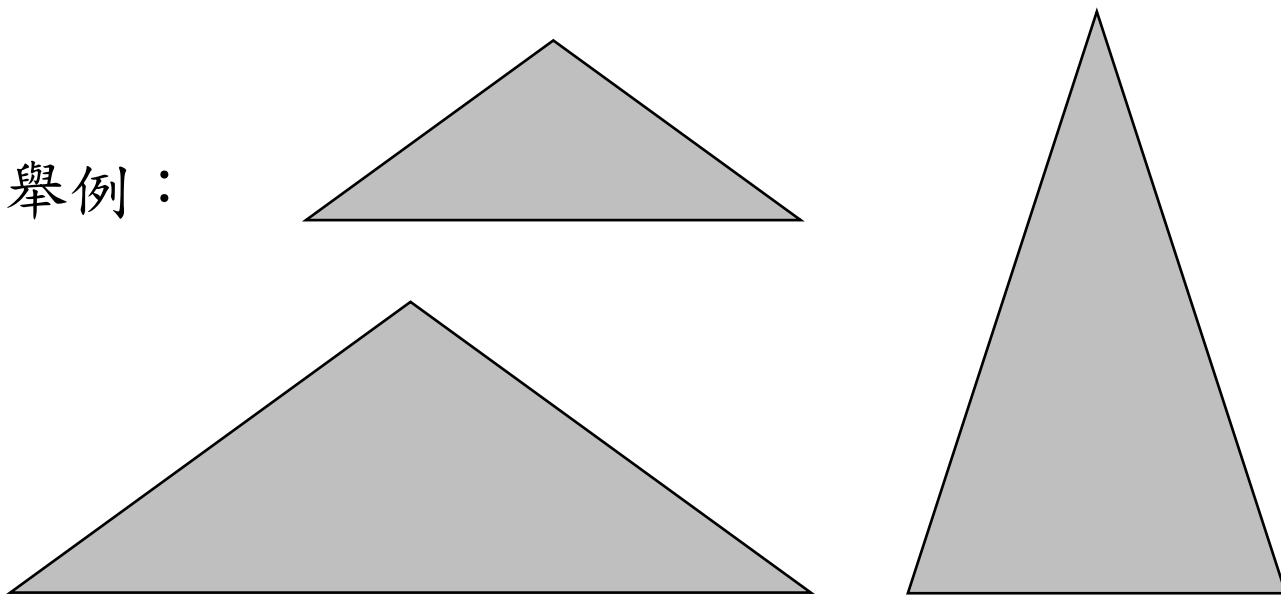
「拼」出相似三角形

「剪」出五邊形中的相似三角形

1. 試著利用兩種三角形(元件A、B)，在附件中拼出更大的三角形，但是拼出來的圖形要和原來的元件A或元件B相似。



舉例：



2. 把拼出的三角形由小到大排列在桌上，觀察這些圖形的規律，討論是否能找出有系統的拼法？

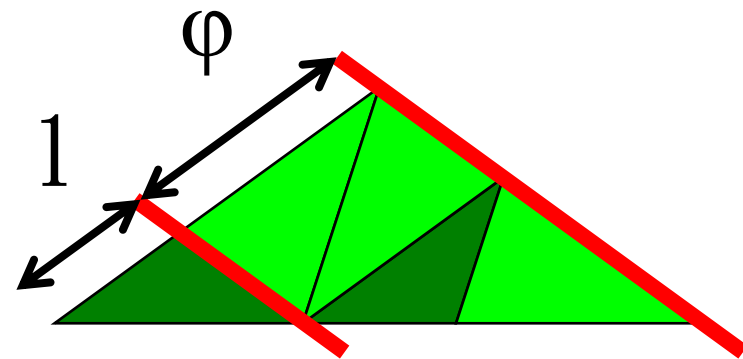
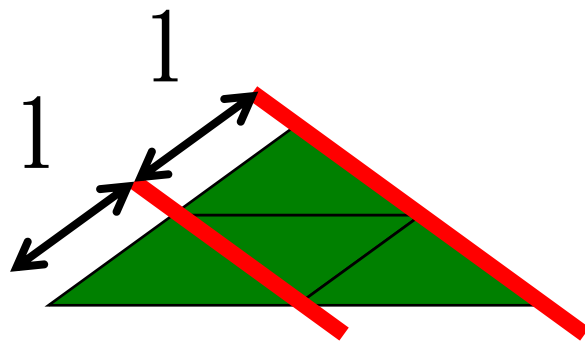
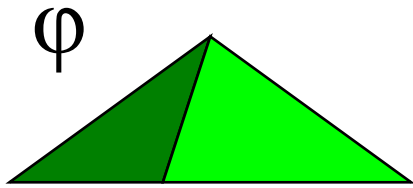
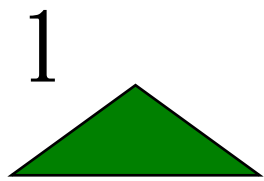
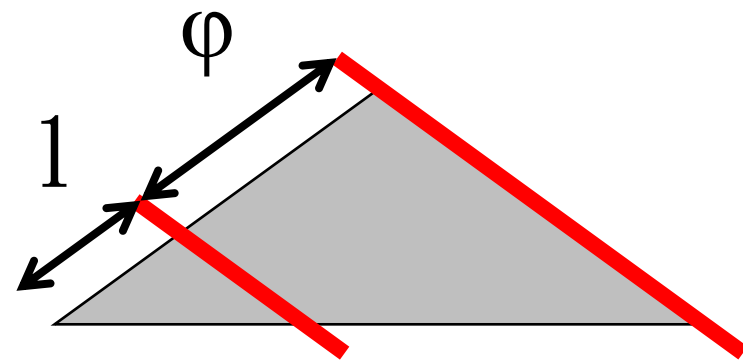
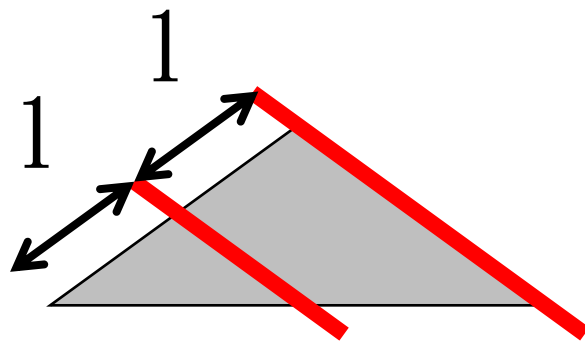
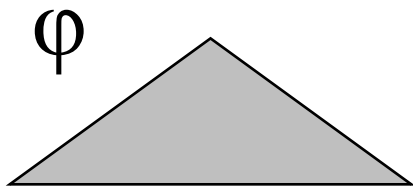
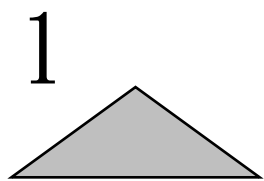
# 第二、三節：拼圖遊戲

「畫」出正五邊形中的相似三角形

「拼」出相似三角形

「剪」出五邊形中的相似三角形

與元件A相似的三角形(根據腰的長度由小到大排列)：



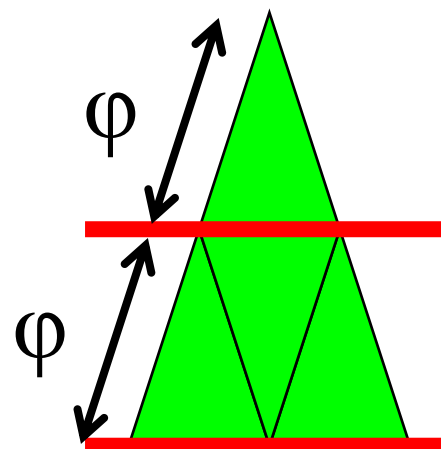
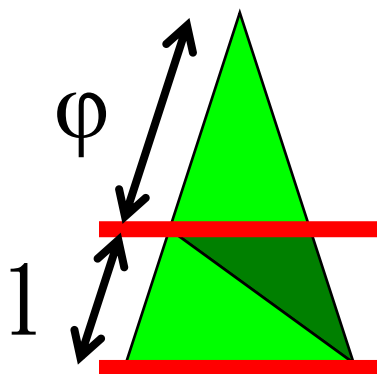
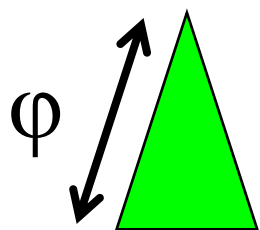
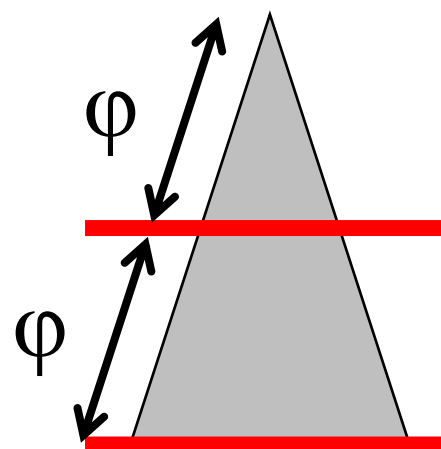
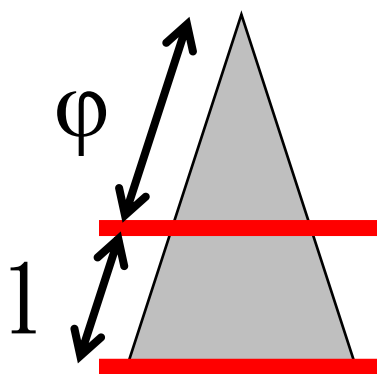
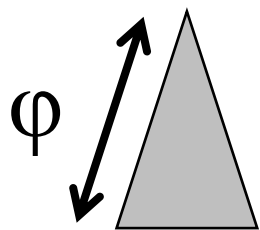
## 第二、三節：拼圖遊戲

「畫」出正五邊形中的相似三角形

「拼」出相似三角形

「剪」出五邊形中的相似三角形

與元件B相似的三角形(根據腰的長度由小到大排列)：



## 第二、三節：拼圖遊戲

「畫」出正五邊形中的相似三角形

「拼」出相似三角形

「剪」出五邊形中的相似三角形

3. 紀錄三角形中兩種元件的數量及總數，觀察表中數字或拼出來的圖形，寫下你的發現。

表1：  
與**元件A**  
相似的 $\Delta$

腰邊長	1	$\phi$	2	$1+\phi$	3	$2\phi$	$2+\phi$	4	$1+2\phi$
元件A數量									
元件B數量									
元件數量總和									

表2：  
與**元件B**  
相似的 $\Delta$

腰邊長	$\phi$	$1+\phi$	$2\phi$	$1+2\phi$	$3\phi$	$2+2\phi$	$1+3\phi$	$4\phi$	$2+3\phi$
元件A數量									
元件B數量									
元件數量總和									

答

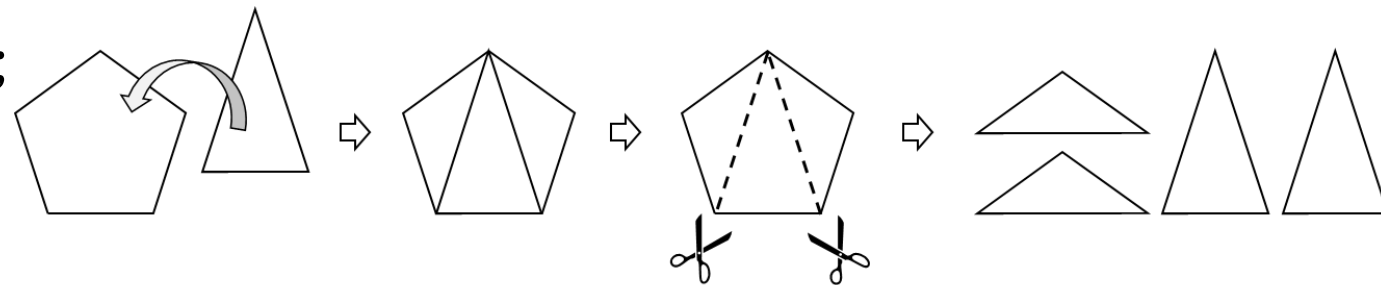
## 第二、三節：拼圖遊戲

「畫」出正五邊形中的相似三角形

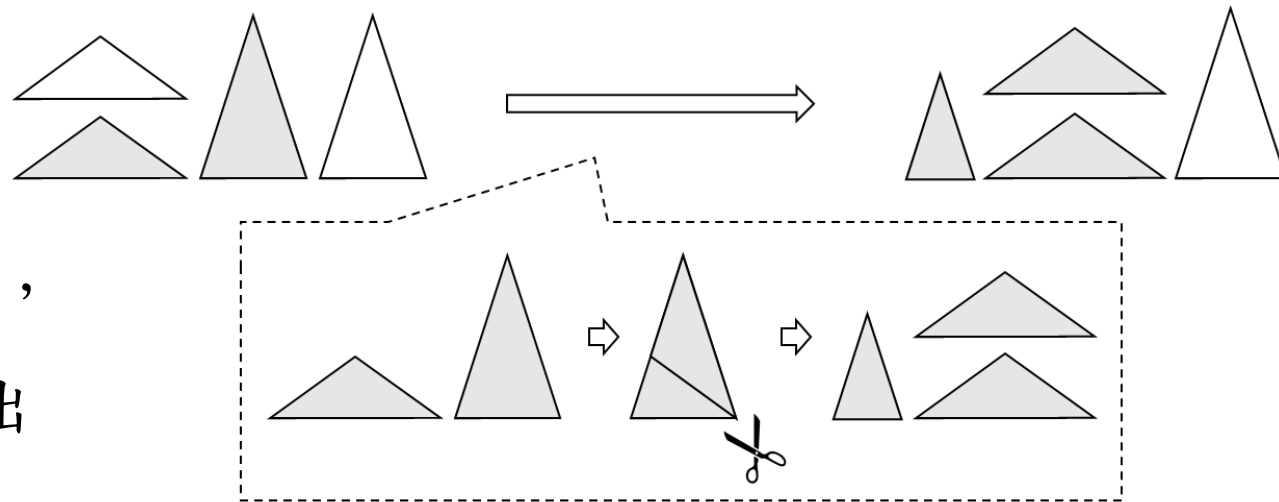
「拼」出相似三角形

「剪」出五邊形中的相似三角形

1. 拿一個正五邊形及一個相似元件B，如下圖，將兩個圖形重疊，延著邊線剪下，可以得到兩個相似元件A和兩個相似元件B；



拿起剛剛剪出的圖形中，相似元件A和B各一個，重疊後，延著邊線剪下，可以得到一個較小的相似元件B；



再繼續拿出最小的相似元件A和B各一個，依照上方的步驟繼續重疊剪下，直到剪出與活動一中拼圖元件一樣的大小。

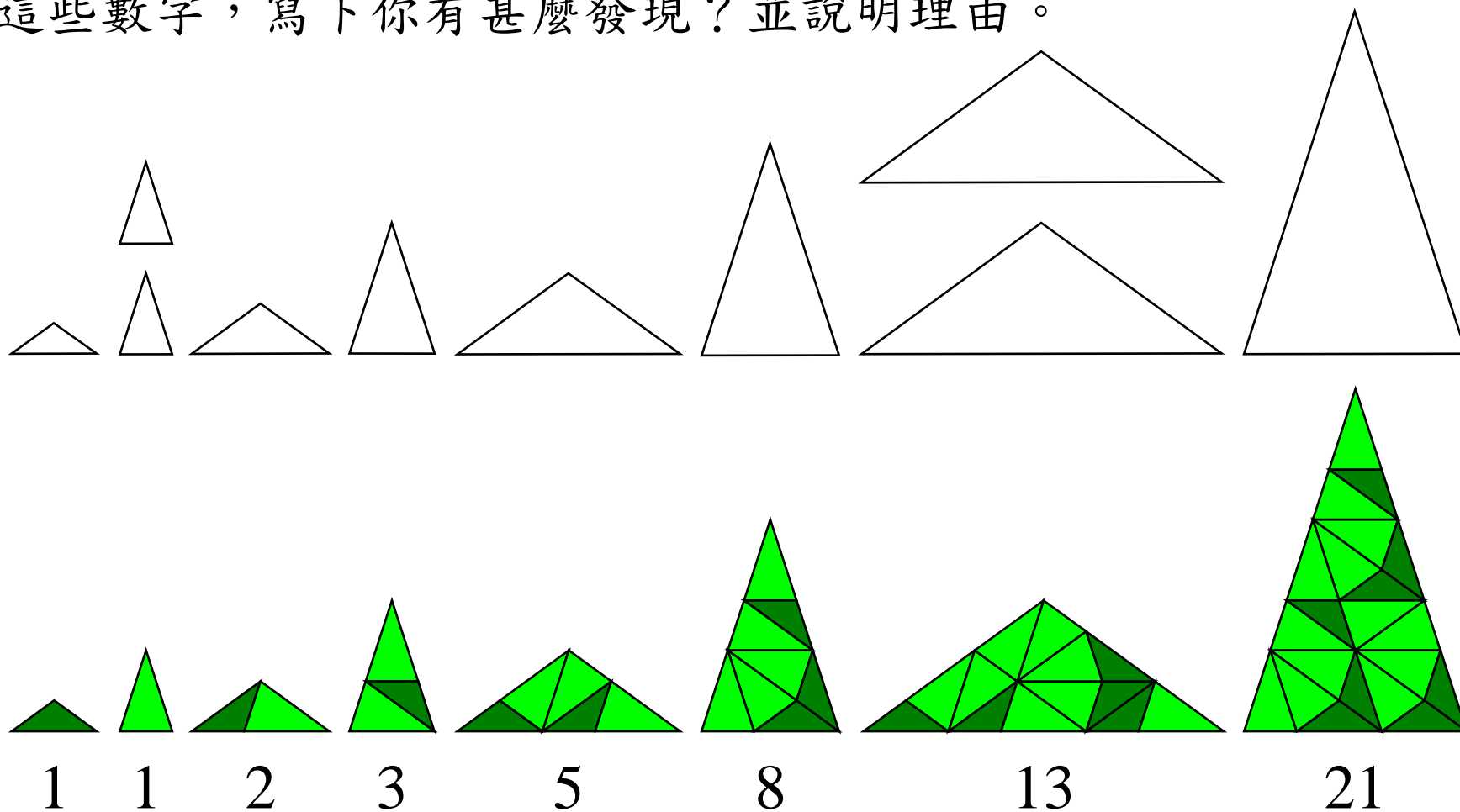
## 第二、三節：拼圖遊戲

「畫」出正五邊形中的相似三角形

「拼」出相似三角形

「剪」出五邊形中的相似三角形

2. 對應剪完的圖形和活動一中拼貼出來的哪一個圖形大小是一樣的，記錄使用的元件總數，觀察這些數字，寫下你有甚麼發現？並說明理由。



# 第四、五節：正整數相加問題

生活日常的走樓梯問題

正整數用1或2相加問題

一連串的等價問題

(延伸)正整數用大於1相加

爬樓梯是大家日常中都會做的事情，但是同學們有想過以下這道問題嗎？

如果樓梯只有一階，上樓梯的走法當然只有一種；

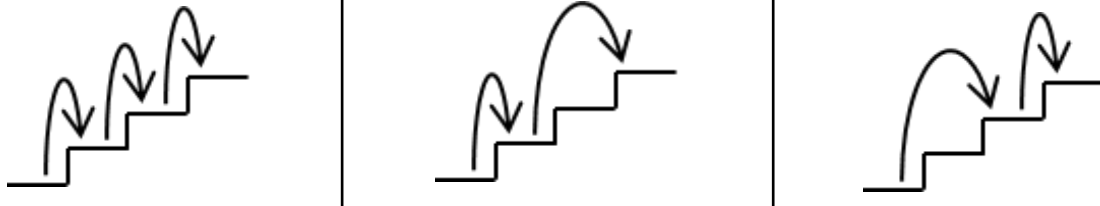
如果樓梯有兩階，你可以選擇一步1階，也可以一步2階，所以有兩種走法；

那麼如果樓梯有三階以上，會有幾種走法呢？

注意：基於安全考量，不可以一步跨3階以上喔！

舉例：樓梯階數=3

共有3種走法

圖示			
加法表示	$1+1+1$	$1+2$	$2+1$



# 第四、五節：正整數相加問題

生活日常的走樓梯問題

正整數用1或2相加問題

一連串的等價問題

(延伸)正整數用大於1相加

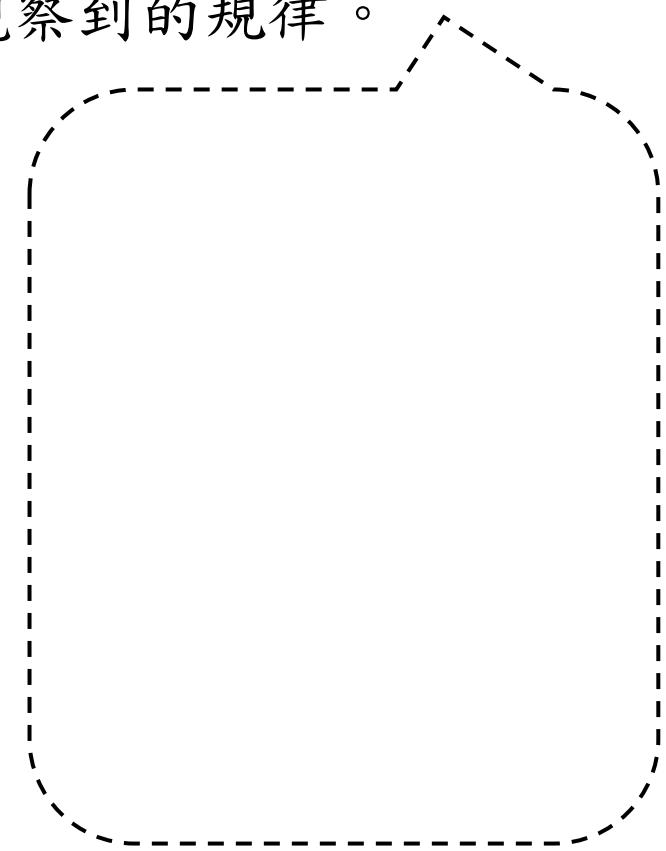
問題一：如果樓梯有五階，則總共有幾種走法？

問題三：觀察表格，你發現了甚麼？

問題二：請完成下方表格。

請試著解釋觀察到的規律。

樓梯階數	走法描述	方法數
1	1	1
2	1+1、2	2
3	1+1+1、1+2、2+1	3
4		
5		
6		



# 第四、五節：正整數相加問題

生活日常的走樓梯問題

正整數用1或2相加問題

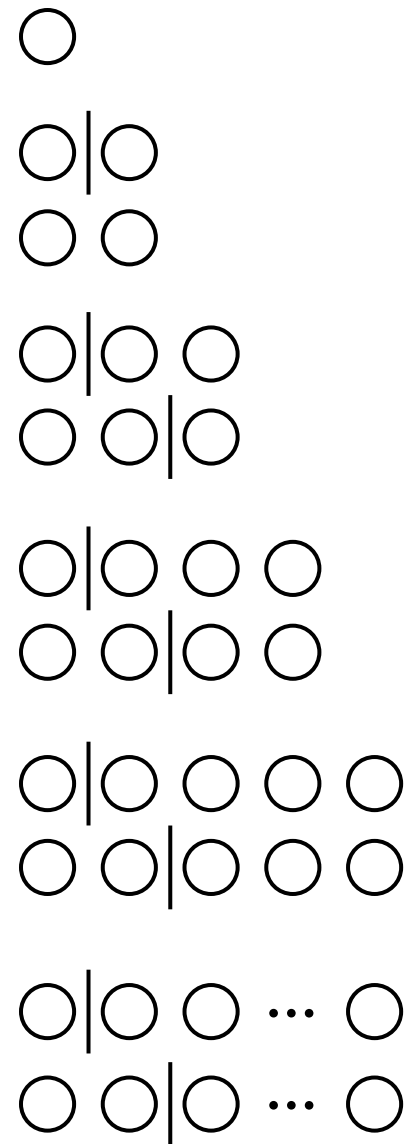
一連串的等價問題

(延伸)正整數用大於1相加

教師請學生觀察走樓梯問題的走法描述，會發現可以改成如下的討論方式：將正整數  $n$  寫成一堆正整數相加，請問有多少種方法？  
但是敘述不夠完整，請學生回答還需要加哪些條件。



由此可知，同樣一個問題可以套入不同的情境裡，接下來的課程，教師將帶領學生討論還有哪些等價描述，並讓學生試著進行解釋。



# 第四、五節：正整數相加問題

生活日常的走樓梯問題

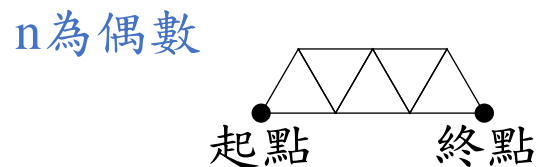
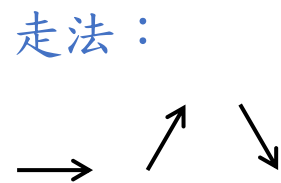
正整數用1或2相加問題

一連串的等價問題

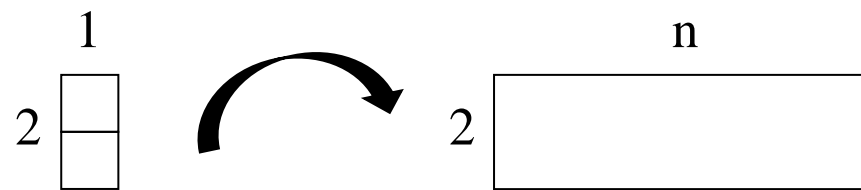
(延伸)正整數用大於1相加

A. 有  $n$  個人站一排，每個人可以選擇牽手或者不牽手，但如果要牽手只能牽一隻手。

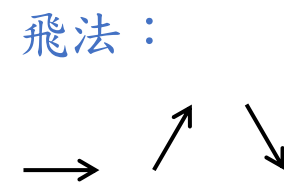
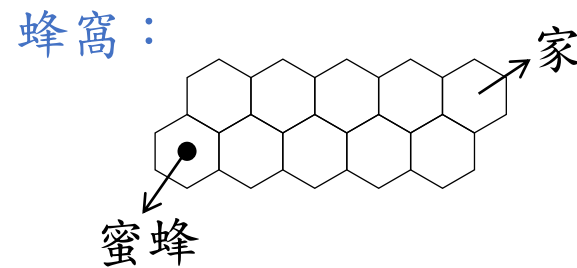
C. 在一條由  $n$  個正三角形組成的道路上(如下圖)，從起點走到終點且只能向右走的方法數。



B. 利用  $1 \times 2$  的元件填滿  $n \times 2$  的拼圖的方法數。



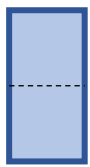
D. 有一隻蜜蜂在兩排由正六邊形組成的蜂窩中穿牆飛行，從最左邊的房間飛到最右邊的家且只能向右飛的方法數。



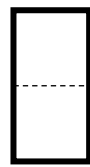
元件

拼圖底板

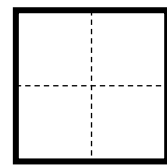
1x2



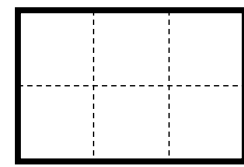
1x2



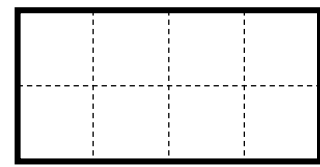
2x2



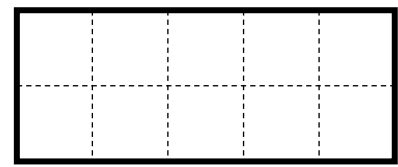
3x2



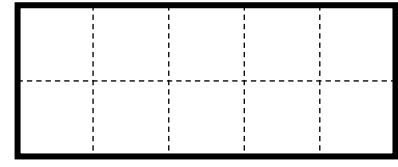
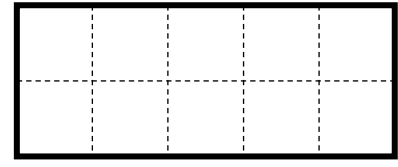
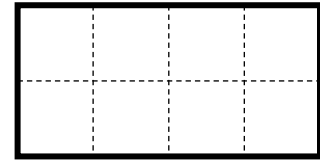
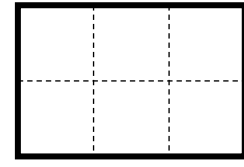
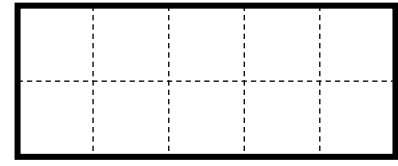
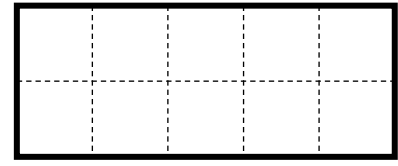
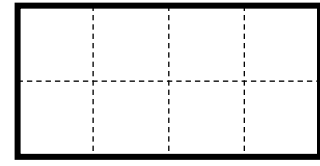
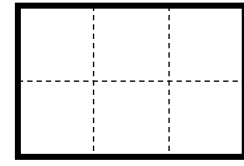
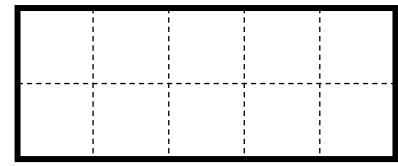
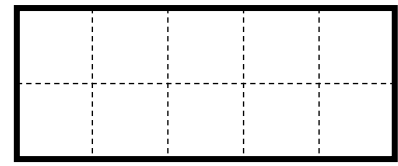
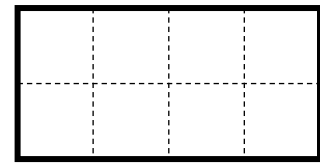
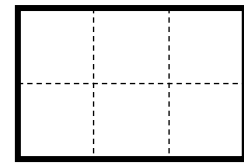
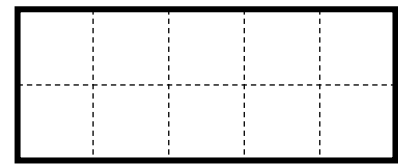
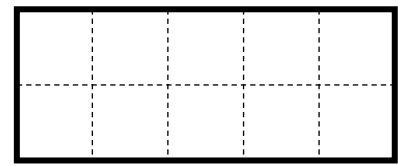
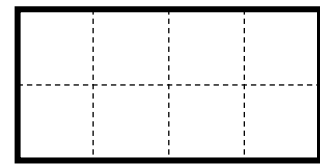
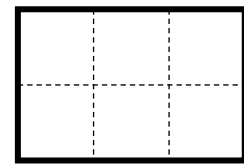
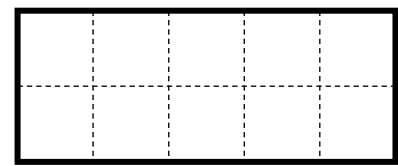
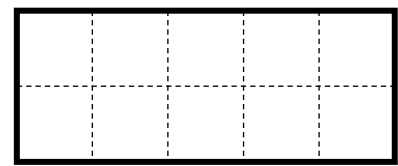
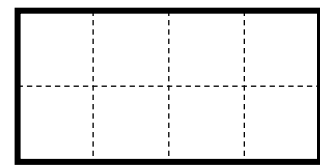
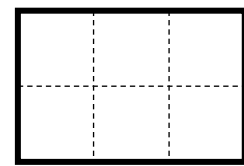
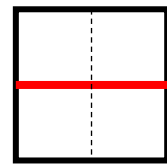
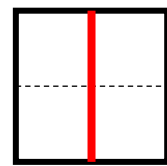
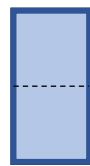
4x2



5x2



練習



紀錄  
方法數

1

2

○

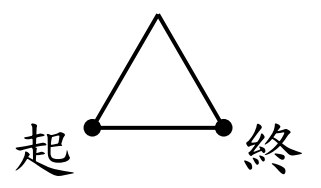
○

○

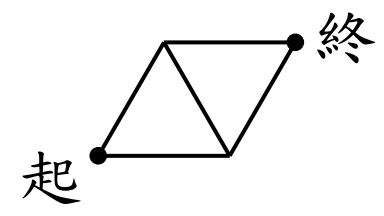
三角形  
路徑



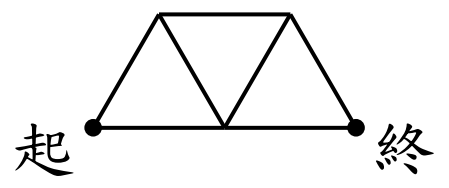
1個△



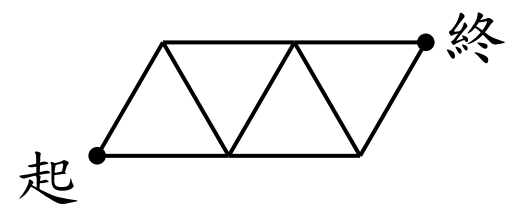
2個△



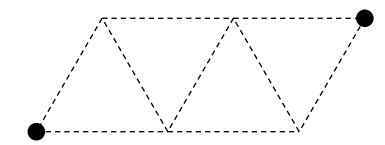
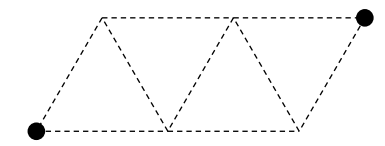
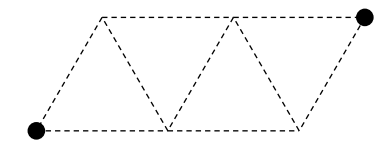
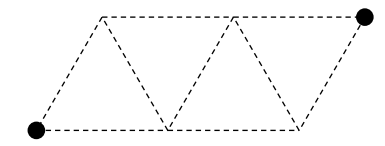
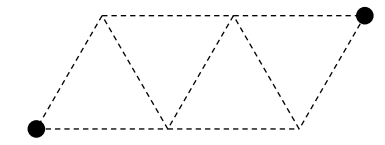
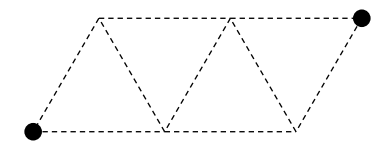
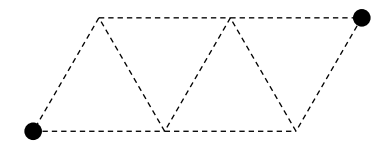
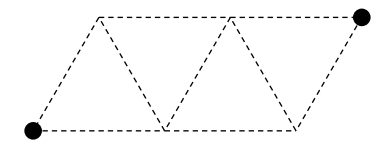
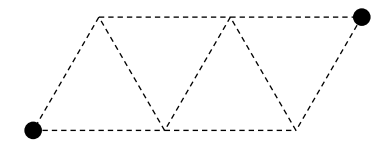
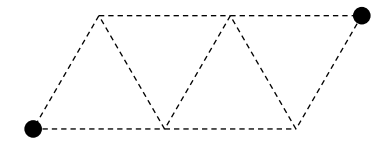
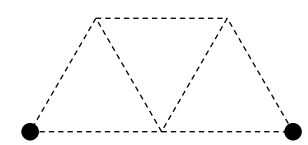
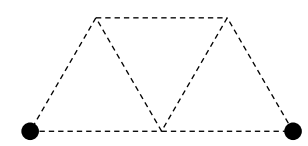
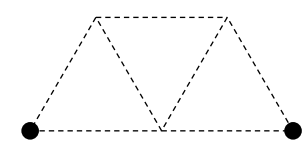
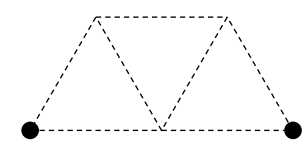
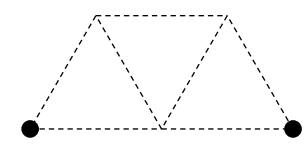
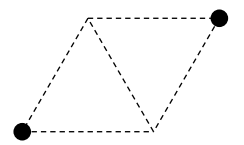
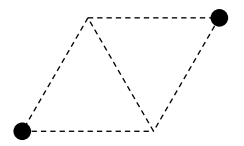
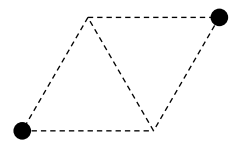
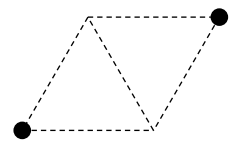
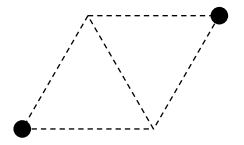
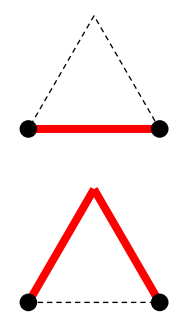
3個△



4個△



練習



紀錄  
方法數

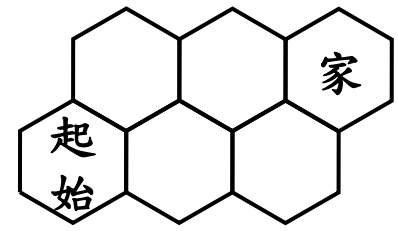
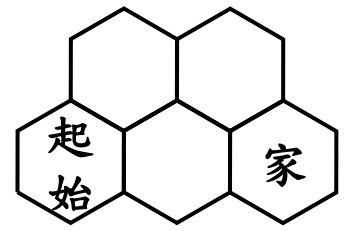
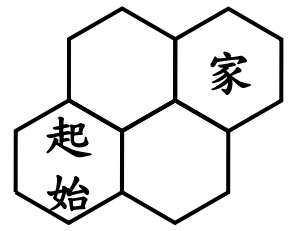
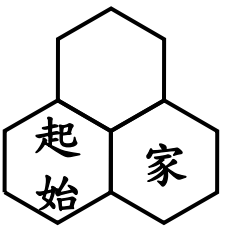
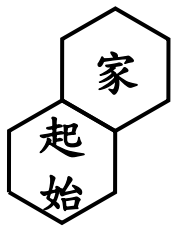
2

○

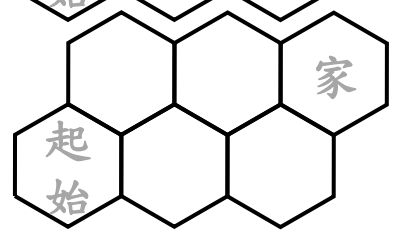
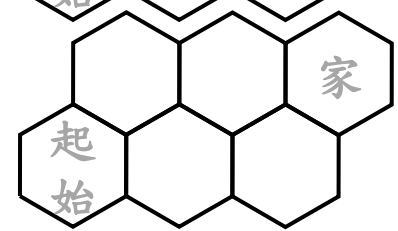
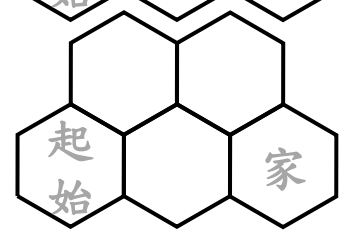
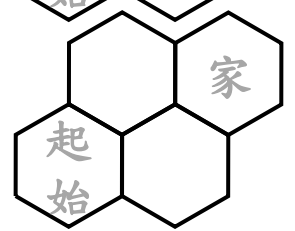
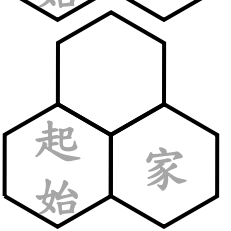
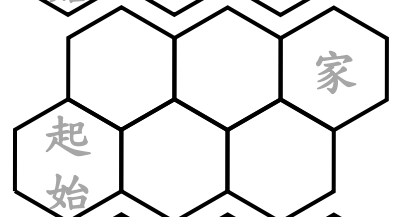
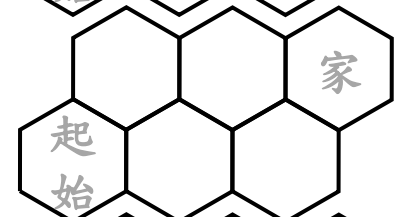
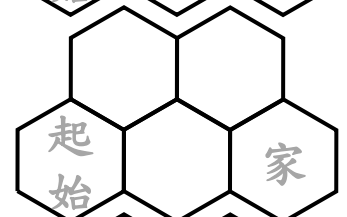
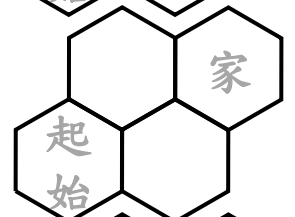
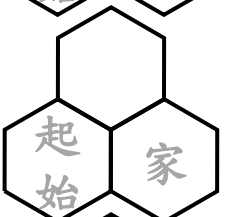
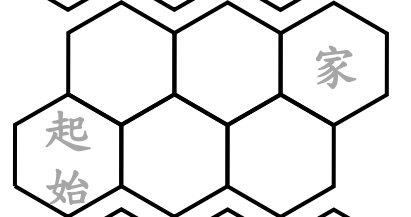
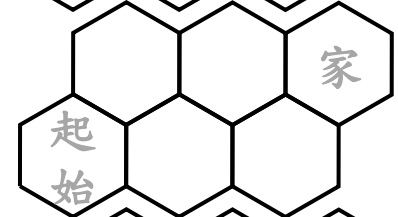
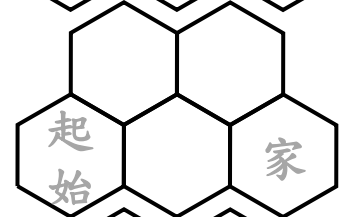
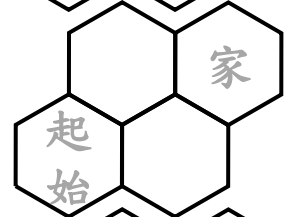
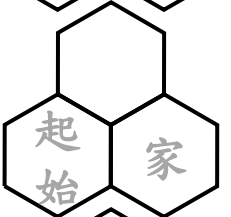
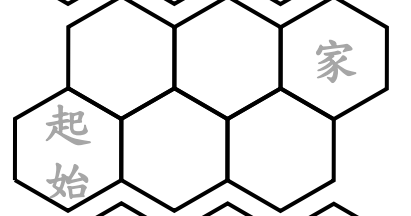
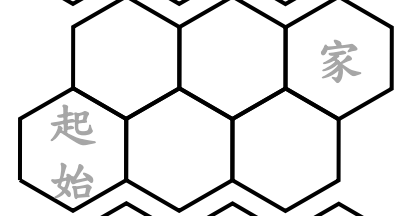
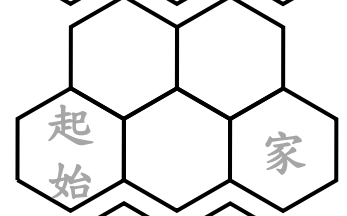
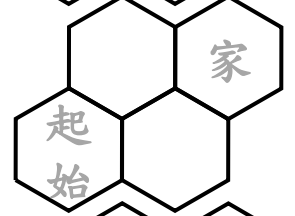
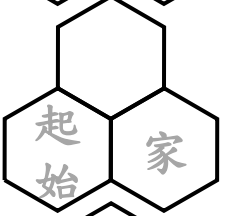
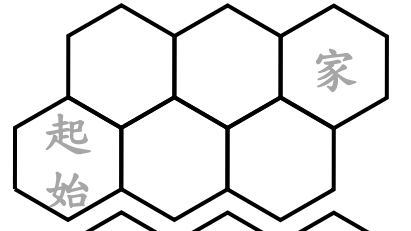
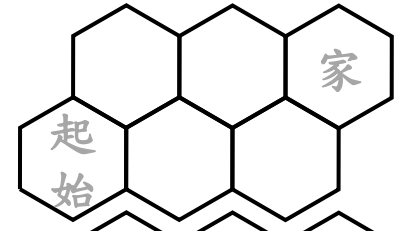
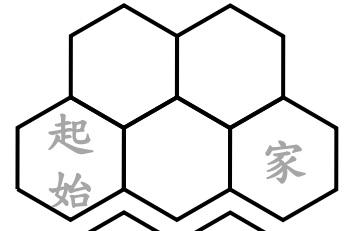
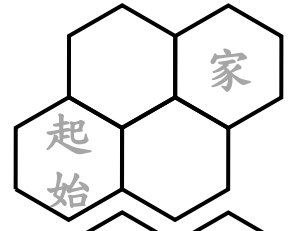
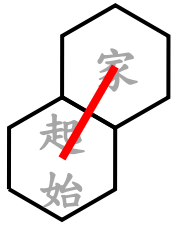
○

○

六邊形  
蜂窩



練習



紀錄  
方法數

1

○

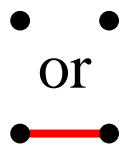
○

○

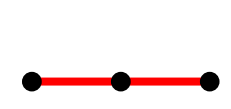
○

連線規則

✓ 兩點之間  
可以連線或者不連



✗ 但是不可以連續  
連超過2個點



點數

2個點

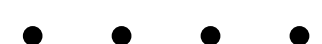
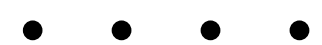
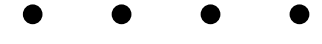
3個點

4個點

5個點

6個點

練習



紀錄方法數

2

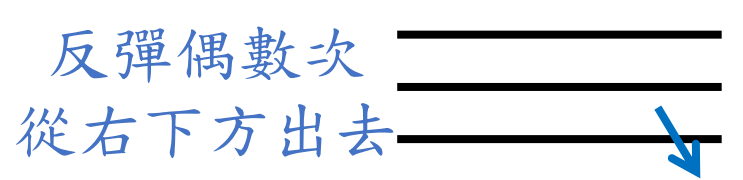
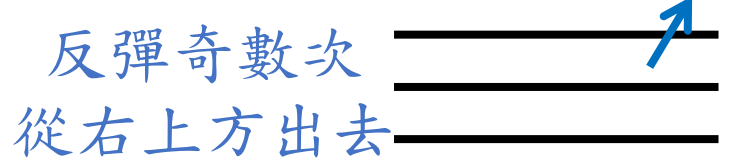
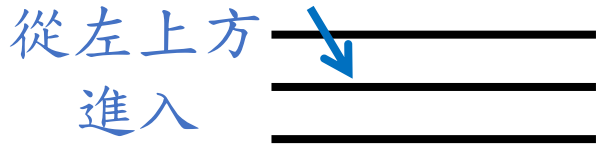
○

○

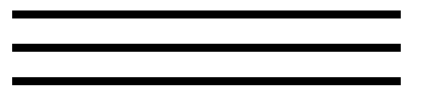
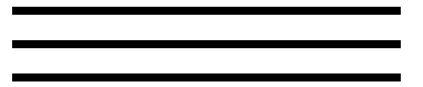
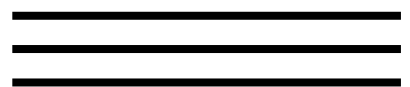
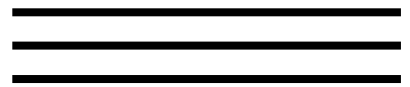
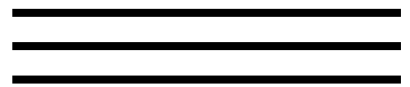
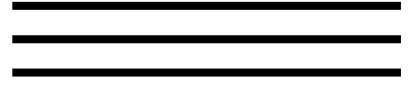
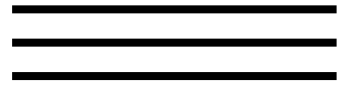
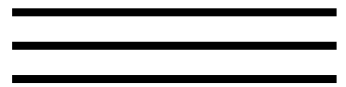
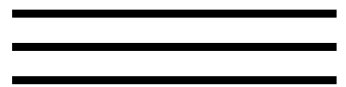
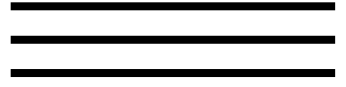
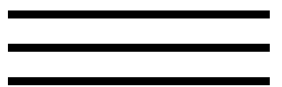
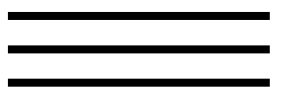
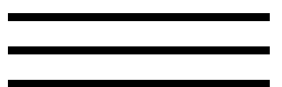
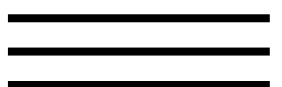
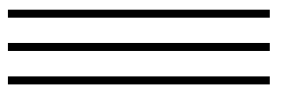
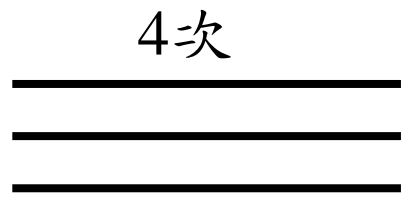
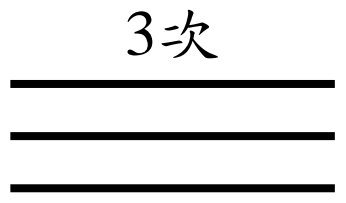
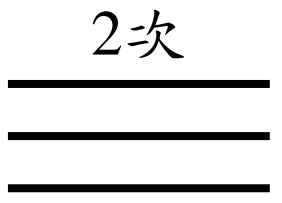
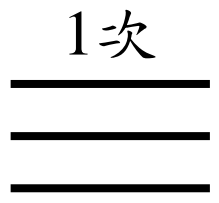
○

○

反彈規則



反彈次數



紀錄方法數

2

○

○

○





# 第四、五節：正整數相加問題

生活日常的走樓梯問題

正整數用1或2相加問題

一連串的等價問題

(延伸)正整數用大於1相加

回顧前一節課，在討論將正整數  $n$  寫成一堆正整數相加時，因為與走樓梯的情境作連結，僅考慮用 1 或 2 相加，若題目改成將正整數  $n$  利用 大於 1 的正整數 相加，順序也要考慮，請學生討論會有多少種方法？

問題四：實驗  $n=1, 2, \dots, 7$ ，完成下方表格。

n	加法描述	方法數
1	無	0
2	2	1
3	3	1
4	4、2+2	2
5		
6		
7		



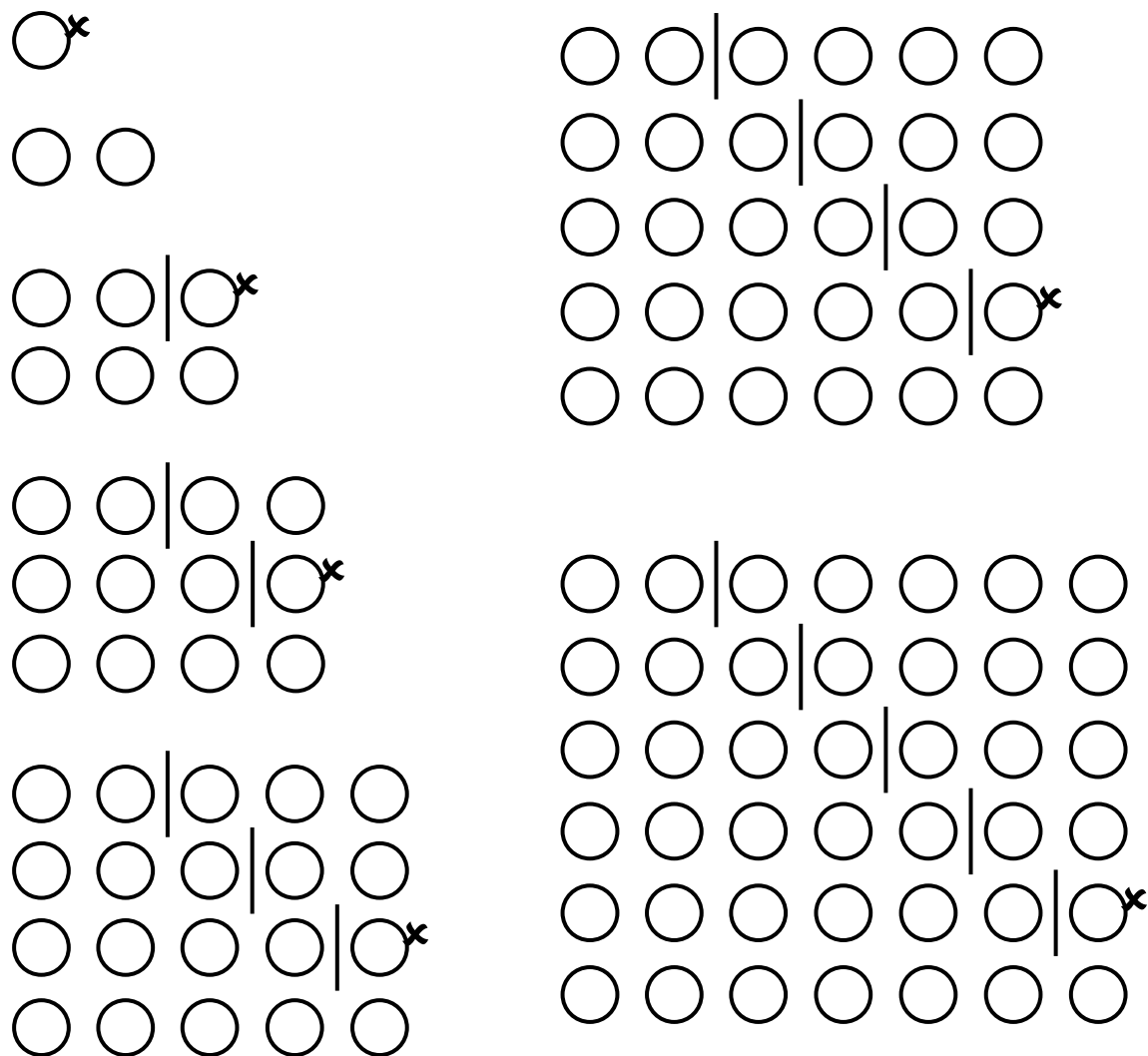
# 第四、五節：正整數相加問題

生活日常的走樓梯問題

正整數用1或2相加問題

一連串的等價問題

(延伸)正整數用大於1相加



「 $n = k$ 時的方法數」等於

從「 $n = k - 2$ 」加到「 $n = 1$ 」再加1，

即  $a_k = a_{k-2} + a_{k-3} + \dots + a_3 + a_2 + a_1 + 1$ ，

這個式子和費波那契數列是等價的！

$$\begin{aligned}
 f_k &= f_{k-1} + f_{k-2} \\
 &= f_{k-2} + f_{k-2} + f_{k-3} \\
 &= f_{k-2} + f_{k-3} + f_{k-3} + f_{k-4} \\
 &= \dots \\
 &= f_{k-2} + f_{k-3} + \dots + f_3 + f_2 + f_1 + f_1 + f_0 \\
 &= f_{k-2} + f_{k-3} + \dots + f_3 + f_2 + f_1 + 1
 \end{aligned}$$

# 費波那契數列—應用於拼圖遊戲及日常生活

## 省思建議

1. 生活中處處有費波那契數列的規律，像是鳳梨、向日葵、時鐘、走樓梯、拼圖遊戲等等，本課程藉由不同的活動設計讓學生體驗費波那契數列的**廣度**。
2. 費波那契數列除了遞迴關係式，還有其餘等價式子，本課程讓學生從延伸的代數問題中自然發現這個關係，也讓學生探究費波那契數列的**深度**。
3. 課堂中學生除了要能解答問題，**本課程更著重於學生如何解釋觀察到的現象**。
4. 課程設計採循序漸進引導學生，希望學生在探索的過程中能從發散的思考聚斂到所要學習的事物，因此**學習單**的設計須以**單面印刷**，單張給予學生。
5. 學生宜採**異質性分組**，使每組皆有理解力較強以及善於發表的學生帶領小組討論。
6. 提供學生**參考別組同學作法**的機制，除了可以避免犯同樣的錯誤，也能刺激組間的競爭，並在最後達到全班合作一起得出結論。

# 參考答案



## 第二、三節：拼圖遊戲

「畫」出正五邊形中的相似三角形

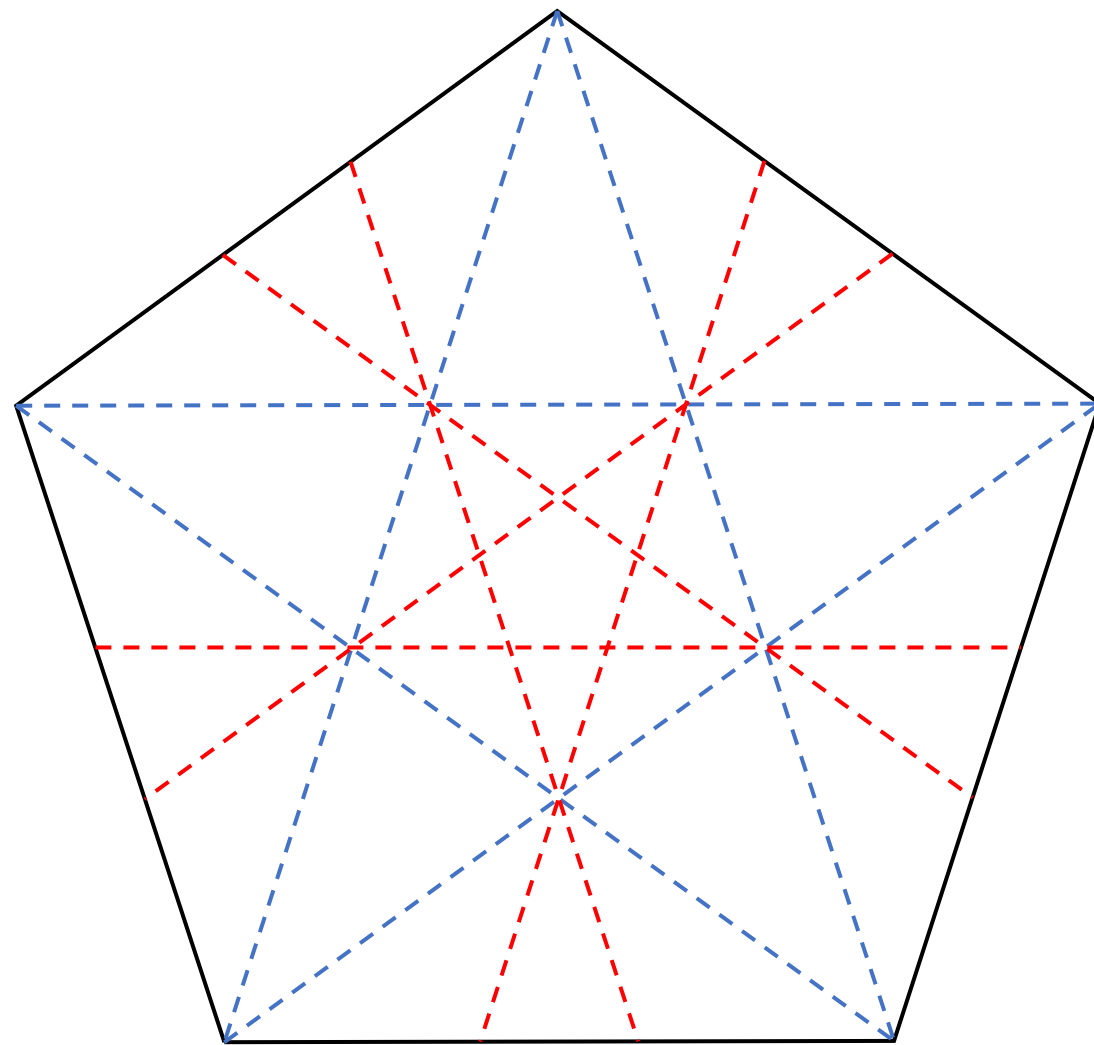
「拼」出相似三角形

「剪」出五邊形中的相似三角形

1. 試著在右方的正五邊形上畫對角線，觀察對角線所切出來的三角形。
2. 有些對角線之間會產生交點，如果再繼續將交點連線，且讓直線兩端延伸超出原本的正五邊形外，觀察圖中出現的三角形，寫下你有甚麼發現？

只有兩種三角形，分別是

- 等腰鈍角三角形 ( $36^\circ-108^\circ-36^\circ$ )
- 等腰銳角三角形 ( $72^\circ-36^\circ-72^\circ$ )

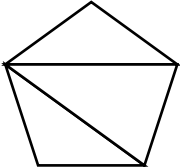


## 第二、三節：拼圖遊戲

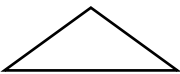
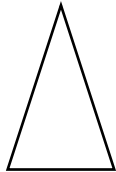
「畫」出正五邊形中的相似三角形

「拼」出相似三角形

「剪」出五邊形中的相似三角形

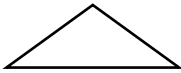
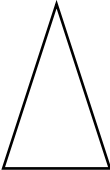
3.  如左圖，畫出這兩條對角線後，可

以在正五邊形中切出兩種三角形，分別是

 和 ，假設正五邊形的邊長為1，

對角線的長度為 $\varphi$ ，請問這兩種三角形的

邊長分別是多少？完成右方表格。

元件編號	A	B
圖示		
腰的長度	1	$\varphi$
底邊的長度	$\varphi$	1

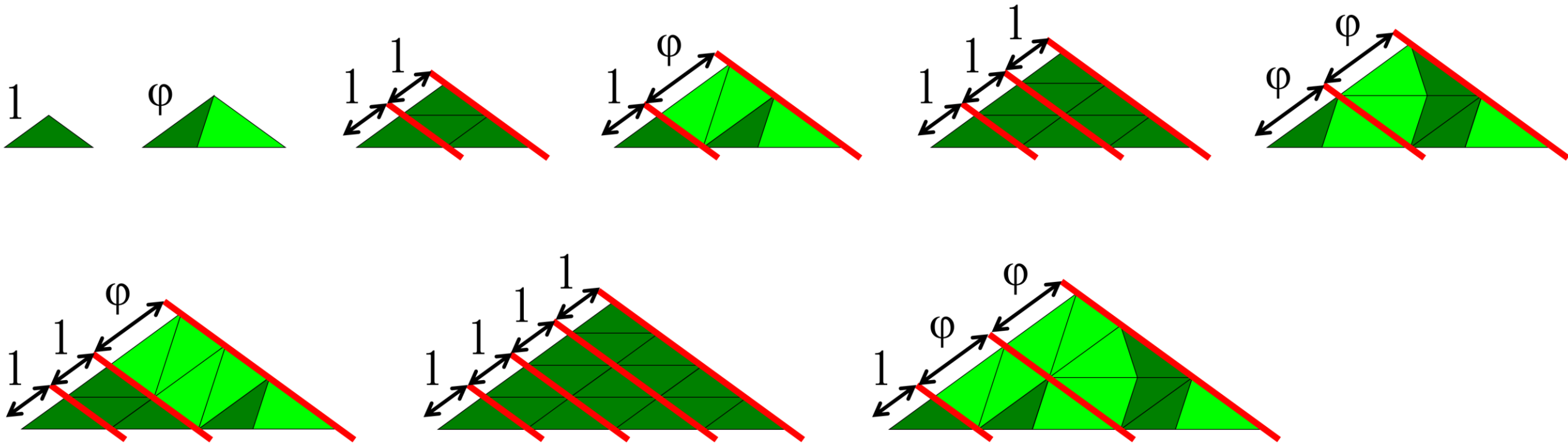
## 第二、三節：拼圖遊戲

「畫」出正五邊形中的相似三角形

「拼」出相似三角形

「剪」出五邊形中的相似三角形

與元件A相似的三角形(根據腰的長度由小到大排列)：



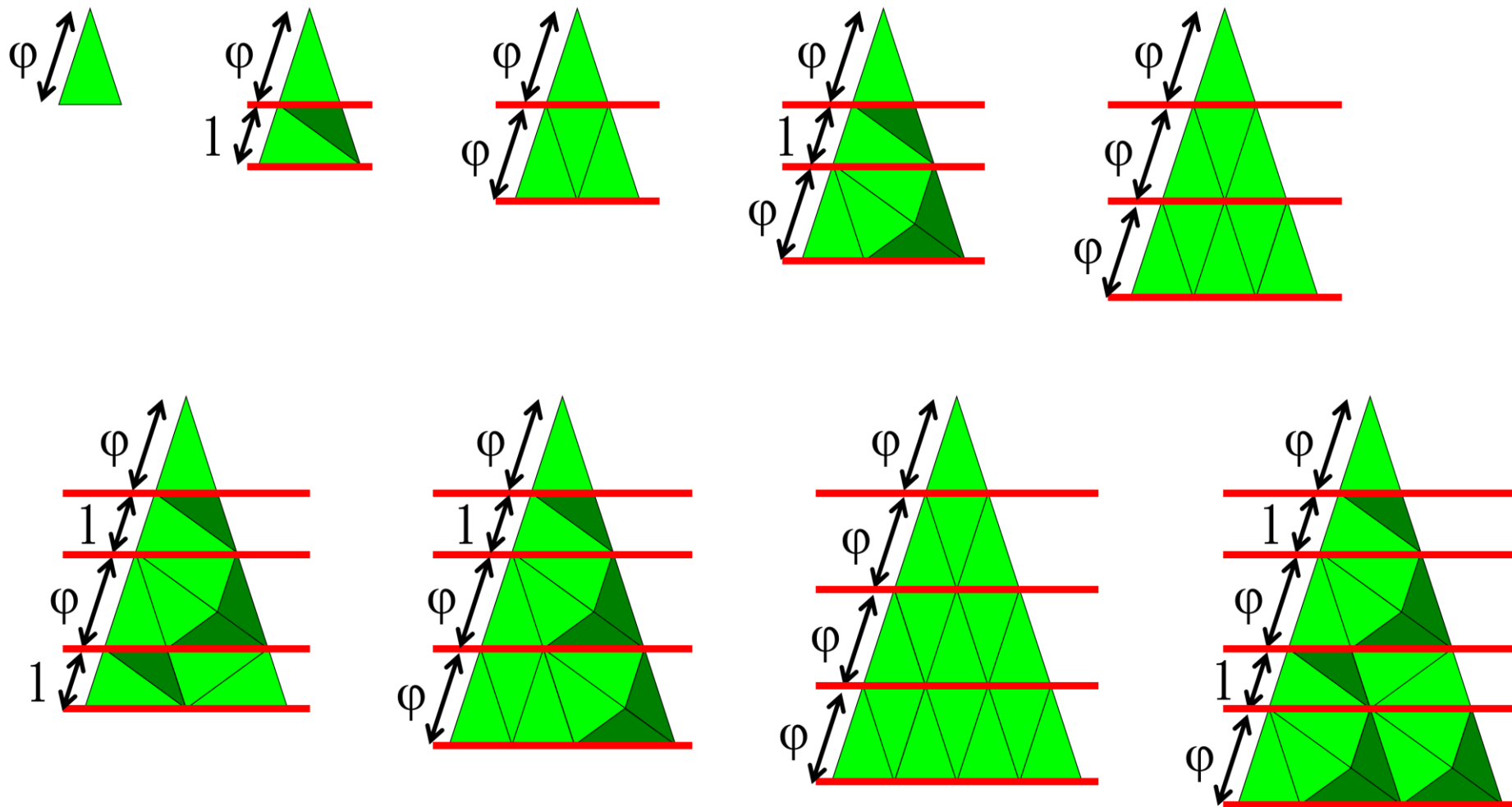
# 第二、三節：拼圖遊戲

「畫」出正五邊形中的相似三角形

「拼」出相似三角形

「剪」出五邊形中的相似三角形

與元件B相似的三角形(根據腰的長度由小到大排列)：





## 第二、三節：拼圖遊戲

「畫」出正五邊形中的相似三角形

「拼」出相似三角形

「剪」出五邊形中的相似三角形

3. 紀錄三角形中兩種元件的數量及總數，觀察表中數字或拼出來的圖形，寫下你的發現。

表1：  
與**元件A**  
相似的 $\Delta$

腰邊長	1	$\phi$	2	$1+\phi$	3	$2\phi$	$2+\phi$	4	$1+2\phi$
元件A數量	1	1	4	2	9	4	5	16	5
元件B數量	0	1	0	3	0	4	5	0	8
元件數量總和	1	2	4	5	9	8	10	16	13

表2：  
與**元件B**  
相似的 $\Delta$

腰邊長	$\phi$	$1+\phi$	$2\phi$	$1+2\phi$	$3\phi$	$2+2\phi$	$1+3\phi$	$4\phi$	$2+3\phi$
元件A數量	0	1	0	3	0	4	5	0	8
元件B數量	1	2	4	5	9	8	10	16	13
元件數量總和	1	3	4	8	9	12	15	16	21

# 第四、五節：正整數相加問題

生活日常的走樓梯問題

正整數用1或2相加問題

一連串的等價問題

(延伸)正整數用大於1相加

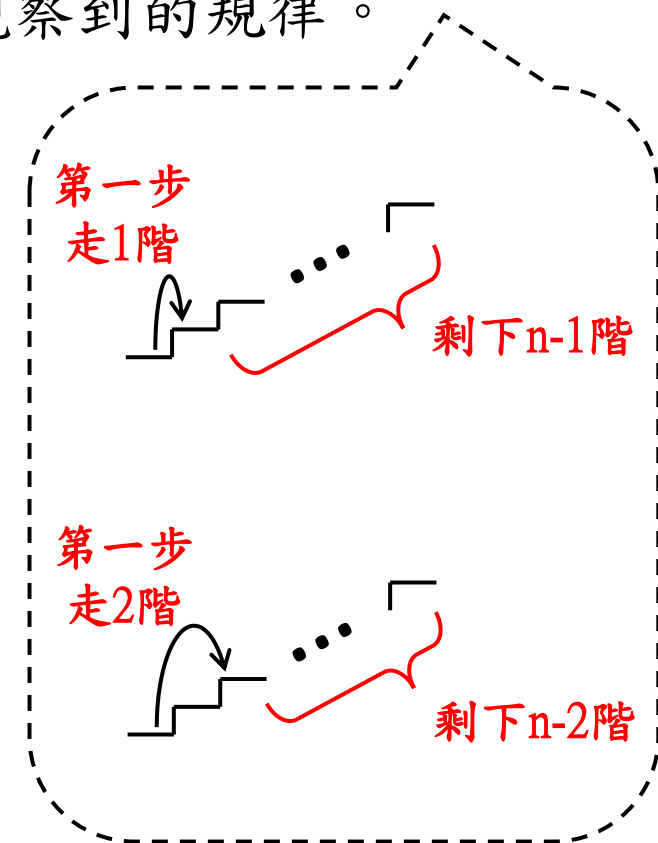
問題一：如果樓梯有五階，則總共有幾種走法？

問題三：觀察表格，你發現了甚麼？

問題二：請完成下方表格。

請試著解釋觀察到的規律。

樓梯階數	走法描述	方法數
1	1	1
2	1+1、2	2
3	1+1+1、1+2、2+1	3
4	1+1+1+1、1+1+2、1+2+1、2+1+1、2+2	5
5	1+1+1+1+1、1+1+1+2、1+1+2+1、1+2+1+1、 2+1+1+1、1+2+2、2+1+2、2+2+1	8
6	1+1+1+1+1+1、1+1+1+1+2、1+1+1+2+1、 1+1+2+1+1、1+2+1+1+1、2+1+1+1+1、 1+1+2+2、1+2+1+2、1+2+2+1、2+1+1+2、 2+1+2+1、2+2+1+1、2+2+2	13



# 第四、五節：正整數相加問題

生活日常的走樓梯問題

正整數用1或2相加問題

一連串的等價問題

(延伸)正整數用大於1相加

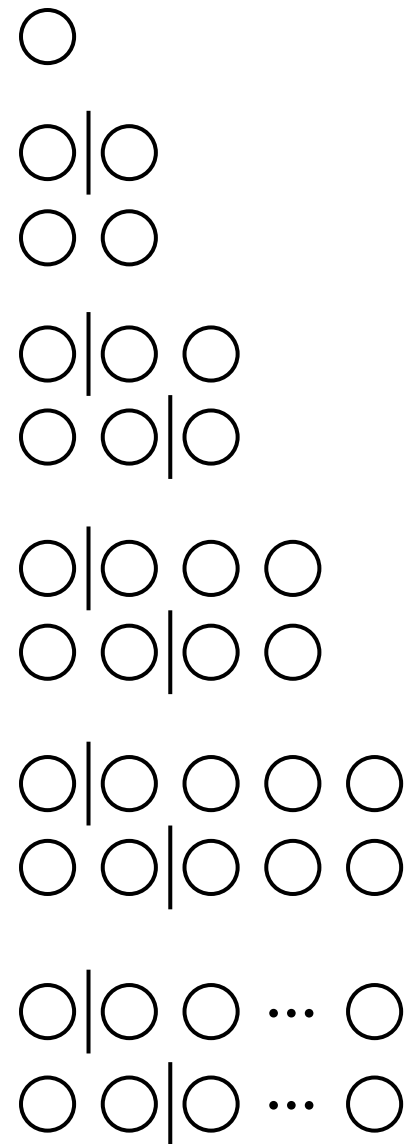
教師請學生觀察走樓梯問題的走法描述，會發現可以改成如下的討論方式：將正整數  $n$  寫成一堆正整數相加，請問有多少種方法？但是敘述不夠完整，請學生回答還需要加哪些條件。

參考答案：

(1) 利用 1 或 2 相加

(2) 順序也要考慮(舉例： $1+2+1$ 、 $1+1+2$ 是兩個不同的方法)

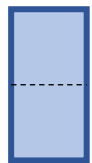
由此可知，同樣一個問題可以套入不同的情境裡，接下來的課程，教師將帶領學生討論還有哪些等價描述，並讓學生試著進行解釋。



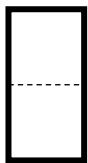
元件

拼圖底板

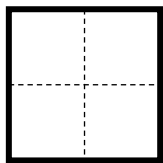
1x2



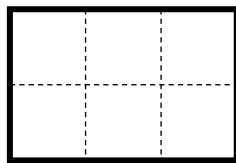
1x2



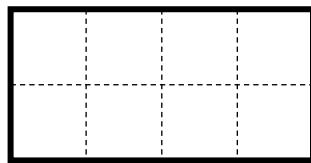
2x2



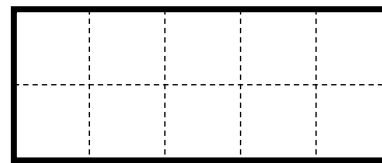
3x2



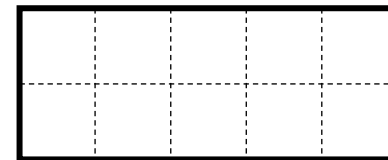
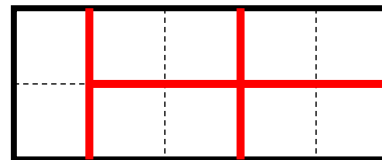
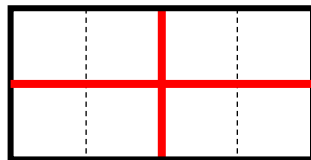
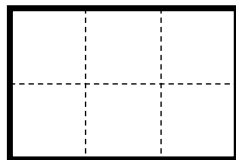
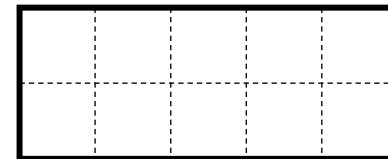
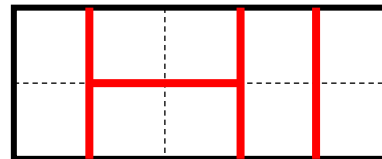
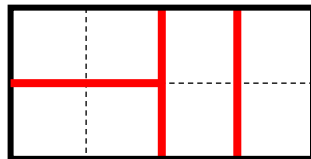
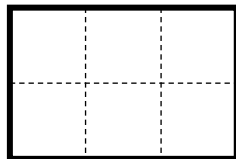
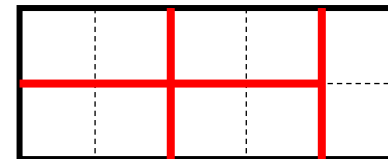
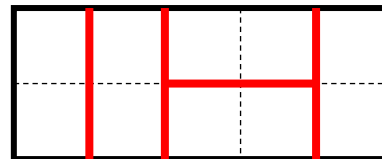
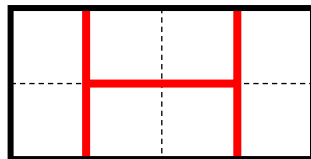
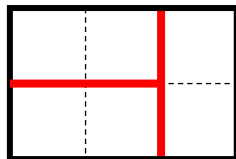
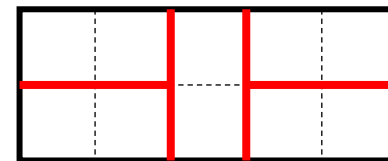
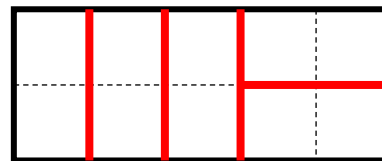
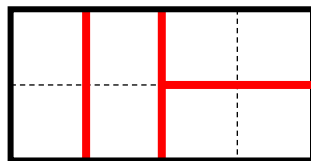
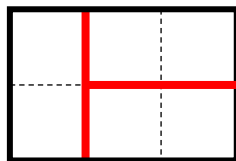
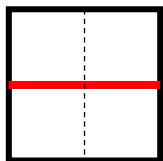
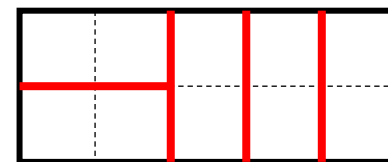
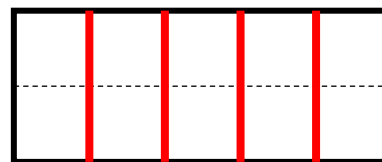
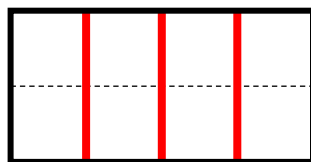
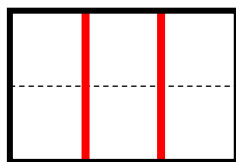
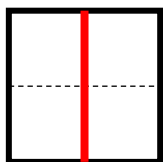
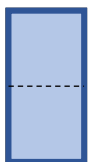
4x2



5x2



練習



紀錄  
方法數

1

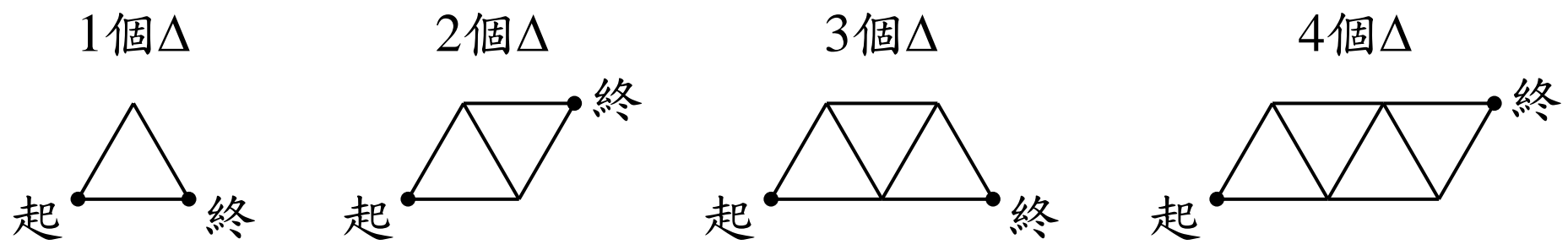
2

3

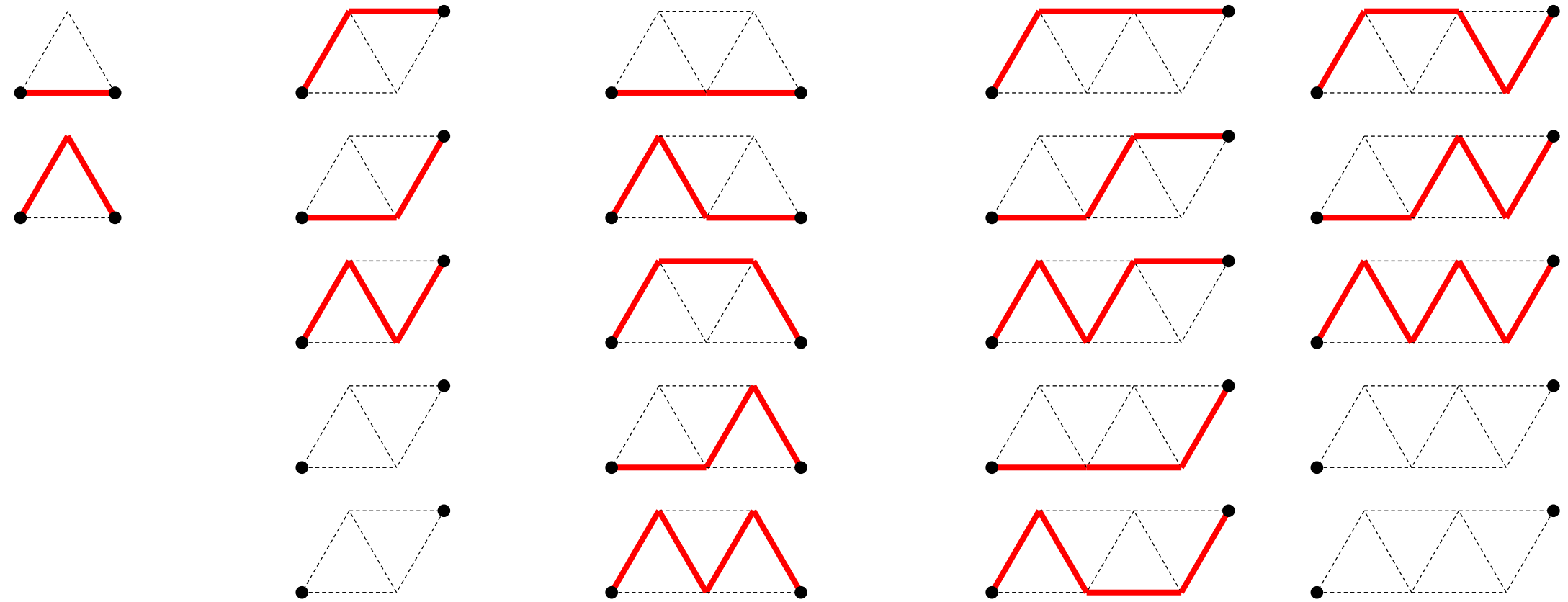
5

8

三角形  
路徑



練習



紀錄  
方法數

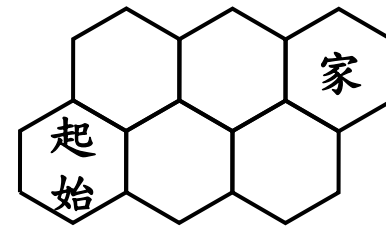
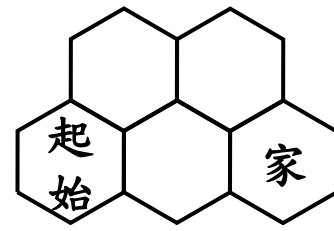
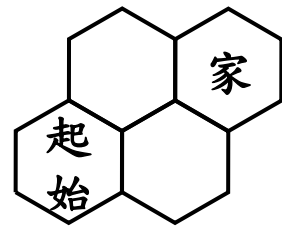
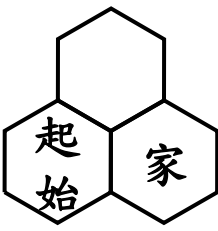
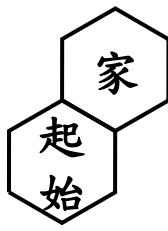
2

3

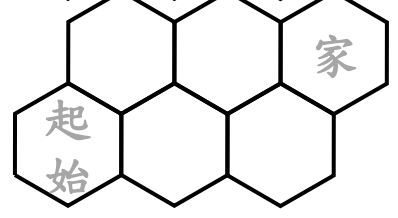
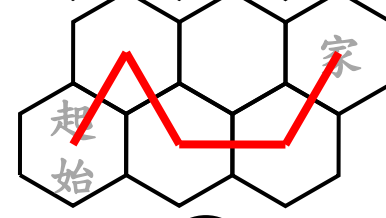
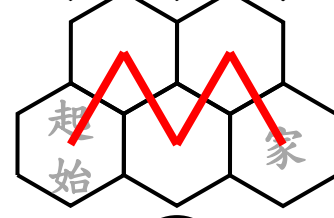
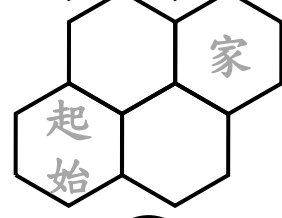
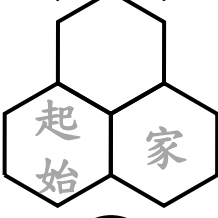
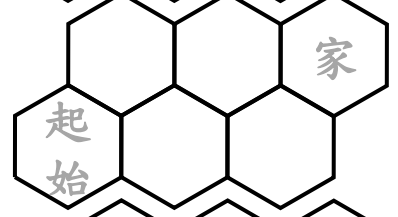
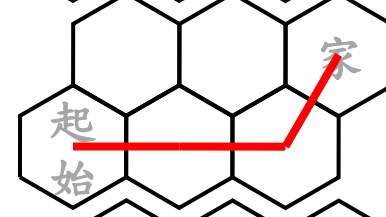
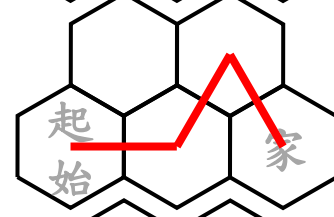
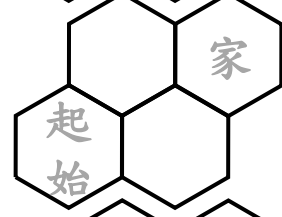
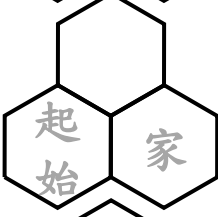
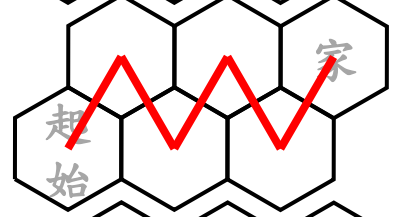
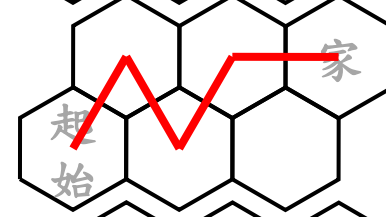
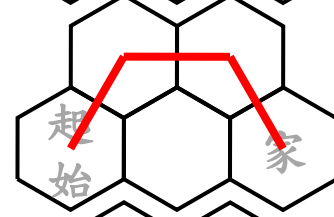
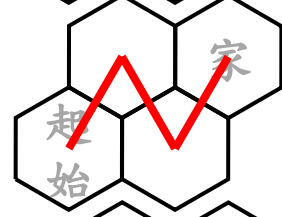
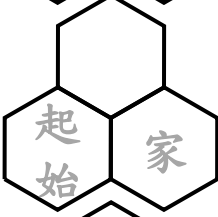
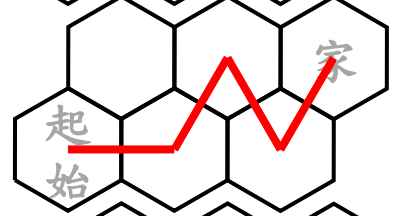
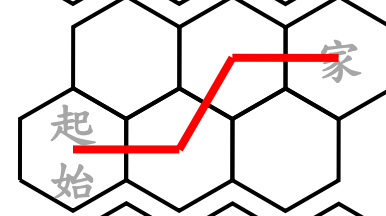
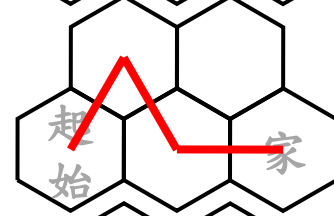
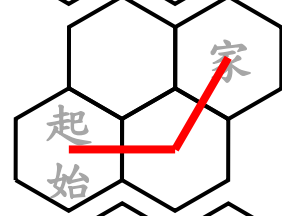
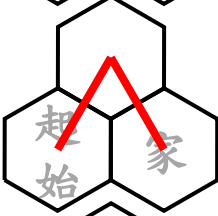
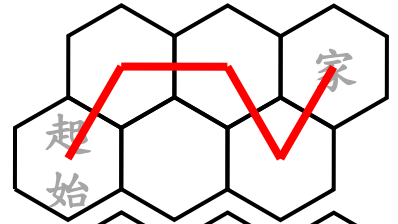
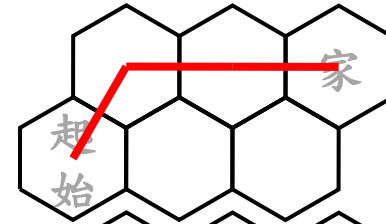
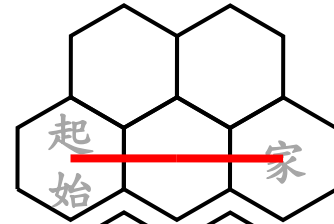
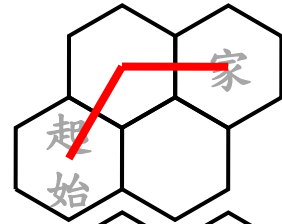
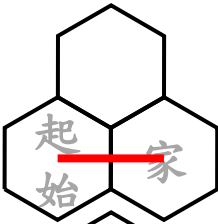
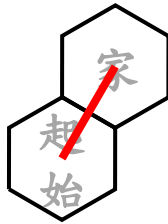
5

8

六邊形  
蜂窩



練習



紀錄  
方法數

1

2

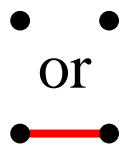
3

5

8

連線規則

✓ 兩點之間  
可以連線或者不連



✗ 但是不可以連續  
連超過2個點



點數

2個點

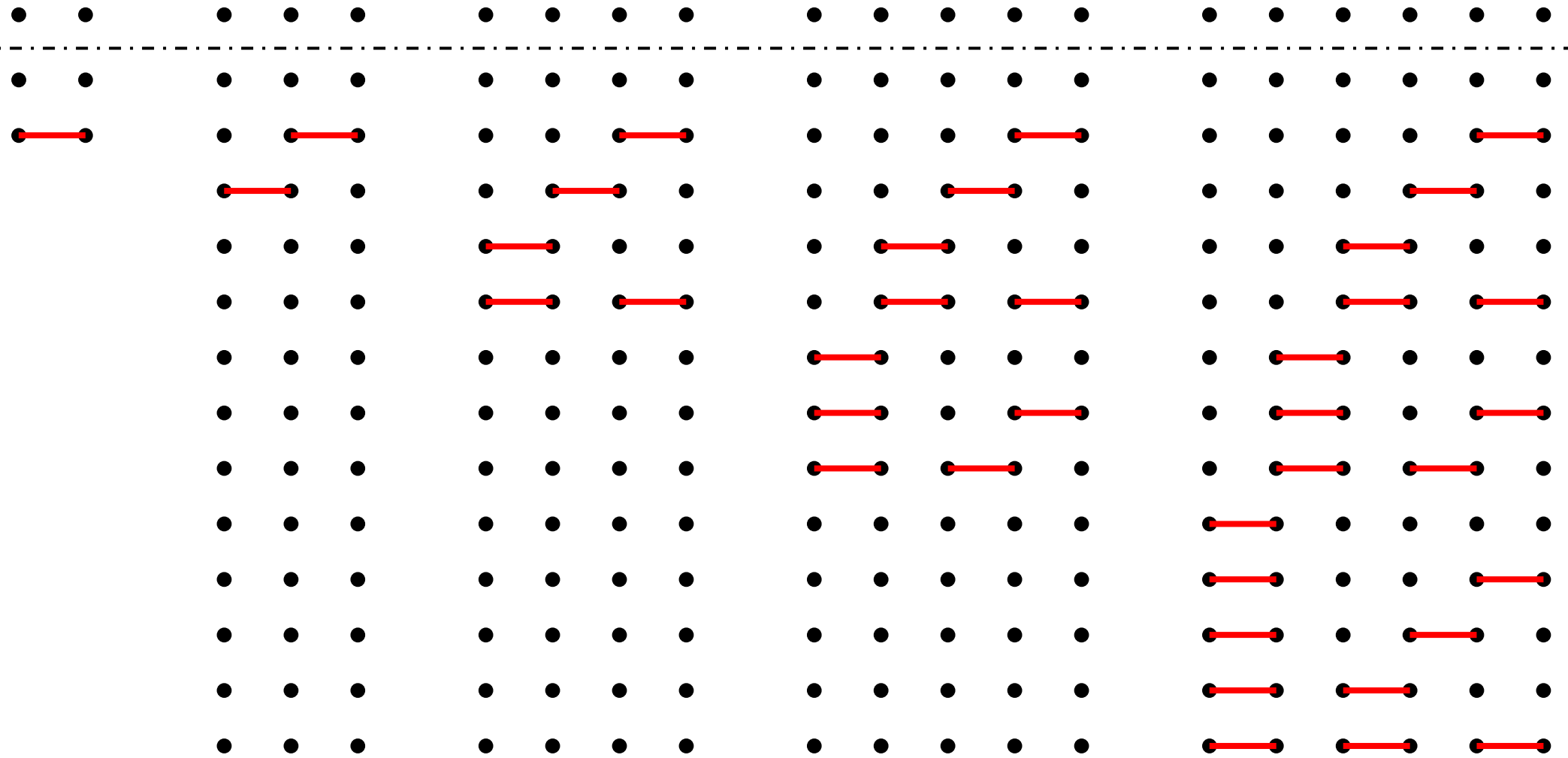
3個點

4個點

5個點

6個點

練習



紀錄方法數

2

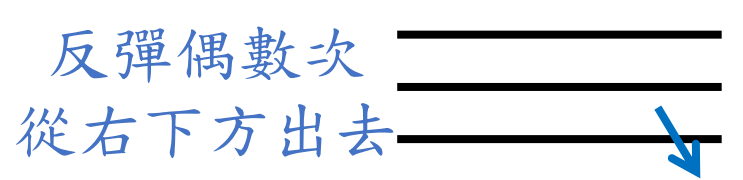
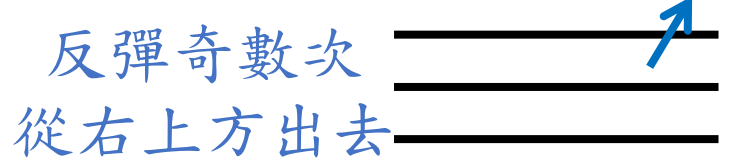
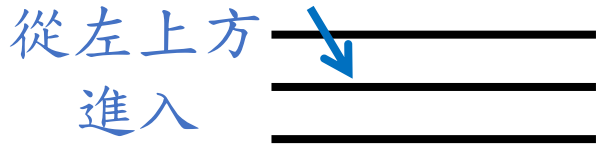
3

5

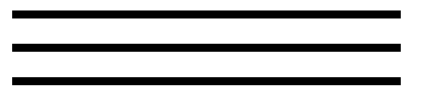
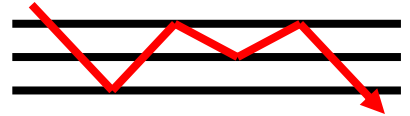
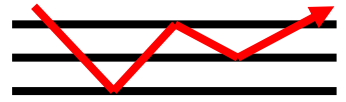
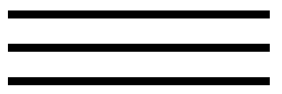
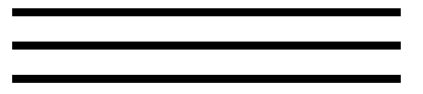
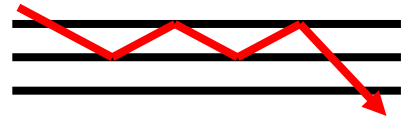
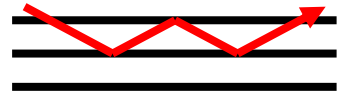
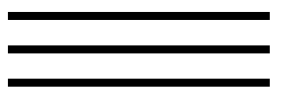
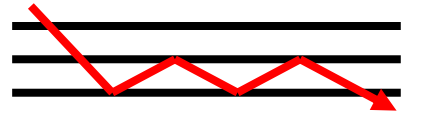
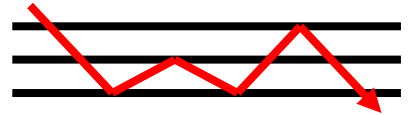
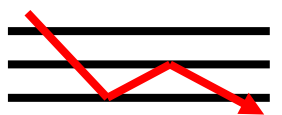
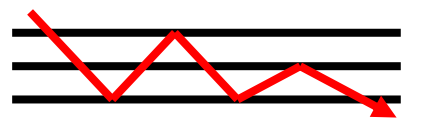
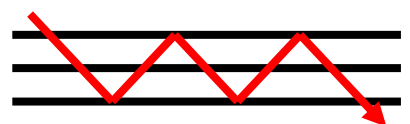
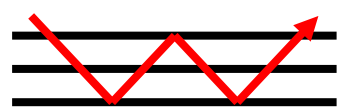
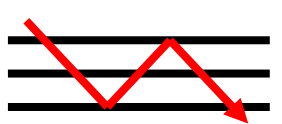
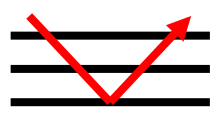
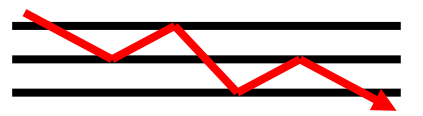
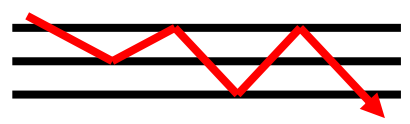
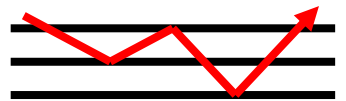
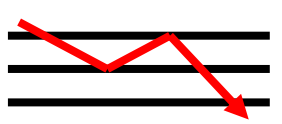
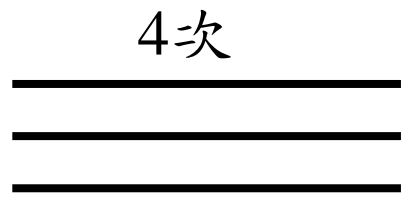
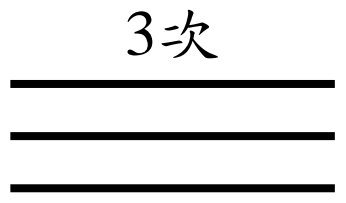
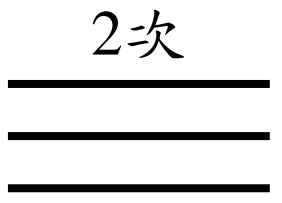
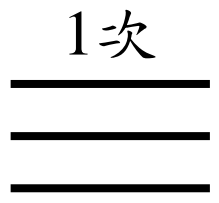
8

13

反彈規則



反彈次數



紀錄方法數

2

3

5

8



# 第四、五節：正整數相加問題

生活日常的走樓梯問題

正整數用1或2相加問題

一連串的等價問題

(延伸)正整數用大於1相加

回顧前一節課，在討論將正整數  $n$  寫成一堆正整數相加時，因為與走樓梯的情境作連結，僅考慮用 1 或 2 相加，若題目改成將正整數  $n$  利用 大於 1 的正整數 相加，順序也要考慮，請學生討論會有多少種方法？

問題四：實驗  $n=1, 2, \dots, 7$ ，完成下方表格。

n	加法描述	方法數
1	無	0
2	2	1
3	3	1
4	4、2+2	2
5	5、2+3、3+2	3
6	6、2+4、4+2、3+3、2+2+2	5
7	7、2+5、5+2、3+4、4+3、2+2+3、2+3+2、3+2+2	8



**THANK YOU**

